

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и  
обслуживающих технологий  
Кафедра фундаментальной математики

УТВЕРЖДАЮ

Врио директора Института физико-  
математического образования,  
информационных и обслуживающих  
технологий

Е.А. Журавлева

«25» февраль 2026 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
обучающихся по дисциплине  
Математический анализ

По направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия  
Профиль подготовки Программное обеспечение систем и комплексов  
Квалификация выпускника – бакалавр  
Форма обучения – очная  
Курс – 1

Разработчик:

заведующий кафедрой

фундаментальной математики

Темникова С.В.

Протокол

от «17» декабрь 2025 г. № 6

Луганск, 2026

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

## 1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Математический анализ» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу дисциплины.

## 1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО бакалавриат по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19.09.2017 г. № 920 (с изменениями и дополнениями).

## 1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональная	
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.

## 1.4. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
Семестр 1		
Тема 1. Множество действительных чисел	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1.
Тема 2. Функции одной переменной	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1.
Тема 3. Пределы	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1; выполнение индивидуального задания.
Тема 4. Непрерывность функции. Непрерывность функции на отрезке	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1;

		выполнение индивидуального задания.
Тема 5. Производная функции одной переменной	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1; выполнение индивидуального задания.
Тема 6. Дифференциал функции одной переменной	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1; выполнение индивидуального задания.
Тема 7. Основные свойства дифференцируемых функций и их применение	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1; выполнение индивидуального задания.
Тема 8. Неопределенный интеграл	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 9. Определенный интеграл	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 10. Применение определенного интеграла	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 11. Несобственные интегралы	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Промежуточная аттестация	ОПК-1	Экзамен
<b>Семестр 2</b>		
Тема 12. Числовые ряды	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1; выполнение индивидуального задания.
Тема 13. Функциональные последовательности и функциональные ряды	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1; выполнение индивидуального задания.
Тема 14. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1; выполнение индивидуального задания.
Тема 15. Тригонометрические ряды. Ряд Фурье	ОПК-1	Теоретический опрос №1; контрольная работа №1; выполнение индивидуального задания.

Тема 16. Функции нескольких переменных. Вычисление частных производных функции нескольких переменных	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 17. Вычисление частных производных высших порядков функции нескольких переменных. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 18. Экстремумы функции двух переменных	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 19. Двойные интегралы	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 20. Тройные интегралы	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 21. Применение кратных интегралов	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 22. Криволинейные интегралы	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 23. Поверхностные интегралы	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Тема 24. Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОПК-1	Теоретический опрос №2; контрольная работа №2; выполнение индивидуального задания.
Промежуточная аттестация	ОПК-1	Экзамен

### 1.5. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и	Знает: основные понятия, определения, теоремы и методы математического анализа, в части теории

<p>общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.</p>	<p>пределов, дифференциального и интегрального исчислений, теории рядов, теории обыкновенных дифференциальных уравнений.</p> <p>Умеет: применять методы математического анализа для решения типовых задач; обращаться к информационным системам (Интернет, математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний.</p> <p>Владеет: навыками практического использования базовых знаний и методов математического анализа для решения стандартных профессиональных задач.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

## 1.6. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Вид учебной работы	Количество баллов	
	ОФО	ЗФО
Семестр 1		
Теоретический опрос № 1	5	—
Теоретический опрос № 2	5	—
Контрольная работа № 1	10	—
Контрольная работа № 2	10	—
Выполнение индивидуального задания (КСР)	20	—
Экзамен	50	—
Всего:	100	
Семестр 2		
Теоретический опрос № 1	5	—
Теоретический опрос № 2	5	—
Контрольная работа № 1	10	—
Контрольная работа № 2	10	—
Выполнение индивидуального задания (КСР)	20	—
Экзамен	50	—
Всего:	100	

### Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбалльная система оценивания экзамена	100-балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100-балльной шкале	Система оценивания зачета
Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их	

		выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	<b>83–89</b>	<b>В</b> – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	<b>75–82</b>	<b>С</b> – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	<b>63–74</b>	<b>Д</b> – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	<b>50–62</b>	<b>Е</b> – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	<b>21–49</b>	<b>FX</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	Не зачтено
Неудовлетворительно	<b>0–20</b>	<b>F</b> – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые	

		практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	
--	--	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

## 2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

### 2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

#### Вопросы для теоретических опросов:

##### *Тема 1. Множество действительных чисел*

1. Что принято понимать под множеством? Приведите примеры множеств.
2. Что называется подмножеством данного множества?
3. Какие множества называются равными?
4. Понятия конечного и бесконечного множеств.
5. Что означает взаимно однозначное соответствие между двумя множествами?
6. Совпадают ли множества  $a, b, c, d, e$  и  $a, c, e, d, b$ ?
7. Укажите, какие из нижеперечисленных множеств будут конечными, и какие – бесконечными:
  - а) множество студентов данного института;
  - б) множество целых отрицательных чисел;
  - в) множество корней данного многочлена;
  - г) множество всех прямых, которые проходят через заданную точку.
8. Образуя все возможные подмножества данного множества  $a, b, c, d, e$ .
9. Какие числа называются натуральными?
10. Какие числа называются целыми? Обладает ли свойством плотности множество целых чисел?
11. Какие числа называются рациональными?
12. Какие числа называются иррациональными? Приведите примеры.
13. Множество действительных чисел и его основные свойства.
14. Аксиома непрерывности множества действительных чисел.
15. Что называется модулем действительного числа?
16. Напишите неравенства, связывающие модуль суммы и разности двух чисел с суммой и разностью их модулей.
17. Понятие числового множества. Примеры числовых множеств.

18. Дайте определение нижней и верхней границ числового множества.

19. Какое числовое множество называется ограниченным снизу (сверху)? Приведите примеры.

20. Какое числовое множество называется ограниченным? Приведите примеры.

21. Сформулируйте признак ограниченности числового множества.

*Тема 2. Функции одной переменной.*

22. Сформулируйте определение функции одной переменной.

23. Область определения и область значений функции одной переменной.

24. Дайте определение графика функции одной переменной.

25. Что значит задать функцию одной переменной? Способы задания функции одной переменной.

26. Действия над функциями.

27. Дайте определение композиции двух функций. Приведите примеры.

28. Понятие числовой последовательности.

29. Понятие монотонной функции.

30. Понятия четной и нечетной функций.

31. Понятие периодической функции.

32. Основные элементарные функции, их свойства и графики.

33. Элементарные преобразования графиков функций.

*Тема 3. Пределы.*

34. Сформулируйте определение  $\delta$ - окрестности точки на числовой прямой. Что такое проколота  $\delta$ - окрестность точки на числовой прямой.

35. Дайте определение предельной точки множества.

36. Понятие предела функции в точке и его геометрический смысл.

37. Первый замечательный предел.

38. Сформулируйте теорему о единственности предела.

39. Сформулируйте теорему о предельном переходе в неравенствах.

40. Сформулируйте теорему о пределе промежуточной функции.

41. Сформулируйте теорему об ограниченности функции, имеющей конечный предел.

42. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух функций.

43. Предел функции при аргументе, стремящемся к  $\infty$ .

44. Предел числовой последовательности.

45. Бесконечно малые функции и их свойства.

46. Бесконечно большие функции и бесконечные пределы.

47. Сформулируйте теорему о связи понятия бесконечно большой функции с понятием бесконечно малой функции.

48. Вычисление предела суммы, разности, произведения и частного двух функций в особых случаях.

49. Эквивалентные бесконечно малые функции и вычисление с их помощью пределов.
50. Односторонние пределы функций. Сформулируйте теорему о связи понятий односторонних пределов с понятием обычного предела.
51. Точные границы числовых множеств. Сформулируйте теоремы о существовании точной верхней и точной нижней границ.
52. Сформулируйте теоремы о свойствах точной верхней и точной нижней границ числовых множеств.
53. Сформулируйте теоремы о пределе монотонной числовой последовательности. Теорема Вейерштрасса.
54. Число  $\varepsilon$ . Сформулируйте теорему о втором замечательном пределе.
55. Сформулируйте теоремы о третьем, четвертом и пятом замечательных пределах и следствия из них.

*Тема 4. Непрерывность функции.*

56. Сформулируйте определение непрерывной функции в точке.
57. Сформулируйте теоремы о непрерывности суммы, разности, произведения и частного двух непрерывных в точке функций.
58. Сформулируйте о непрерывности композиции двух функций.
59. Односторонняя непрерывность функции в точке.
60. Дайте определение точки разрыва функции. Классификация точек разрыва.
61. Односторонние пределы монотонных функций.
62. Сформулируйте теорему о промежуточных значениях непрерывной функции.
63. Сформулируйте определение подпоследовательности.
64. Сформулируйте Больцано-Вейерштрасса.
65. Сформулируйте теоремы Вейерштрасса о непрерывной на отрезке функции.

*Тема 5. Производная функции одной переменной.*

66. Сформулируйте определение производной функции.
67. Какая функция называется дифференцируемой в точке?
68. Сформулируйте теорему о связи дифференцируемости функции в точке с её непрерывностью в этой точке.
69. Дайте определения касательной и нормали к графику функции в точке.
70. Сформулируйте теорему о геометрическом смысле дифференцируемости функции в точке.
71. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций.
72. Сформулируйте теорему о производной композиции двух функций.
73. Производные элементарных функций.
74. Сформулируйте теорему о производной обратной функции.
75. Гиперболические функции и их производные.

76. Параметрический способ задания функции. Сформулируйте теорему о производной параметрически заданной функции.

77. Является ли непрерывность функции в данной точке достаточным условием дифференцируемости? Ответ обосновать с помощью примера.

78. Может ли существовать  $f''(x_0)$ , если не существует  $f'(x_0)$ ?

*Тема 6. Дифференциал функции одной переменной*

79. Сформулируйте определение дифференциала функции одной переменной.

80. Сформулируйте теорему о геометрическом смысле дифференциала функции одной переменной.

81. В чем состоит механический смысл дифференциала функции?

82. Сформулируйте теорему о дифференциале суммы, разности, произведения и частного двух функций.

83. Сформулируйте теорему о дифференциале композиции двух функций.

84. Дифференциалы высших порядков.

*Тема 7. Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.*

85. Дайте определения возрастающей (убывающей) функции в точке.

86. Сформулируйте теорему о возрастании и убывании функции в точке.

87. Сформулируйте теорему Ферма.

88. Сформулируйте теорему Ролля.

89. Сформулируйте теорему Лагранжа.

90. Сформулируйте теорему Коши.

91. Сформулируйте теорему о достаточном условии монотонности функции на промежутке.

92. Дайте определение точке максимума (минимума) функции.

93. Сформулируйте теорему о необходимом условии существования экстремума функции одной переменной.

94. Сформулируйте теорему о первом и втором достаточных условиях существования экстремума функции одной переменной.

95. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.

96. Невертикальные асимптоты графика функции.

97. Раскрытие неопределенностей типа  $\left[ \frac{0}{0} \right]$  и  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$  с помощью правила

Лопиталя.

98. Схема исследования функции и построение её графика.

*Тема 8. Неопределенный интеграл.*

99. Дайте определение первообразной функции.

100. Сформулируйте теорему о первообразной функции.

101. Понятие неопределенного интеграла.

102. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.

103. Таблица основных неопределенных интегралов.
104. Сформулируйте теорему об интегрировании по частям.
105. Сформулируйте теорему о замене переменной в неопределенном интеграле.
106. Интегрирование простейших дробей первого и второго типов.
107. Интегрирование простейших дробей третьего типа.
108. Интегрирование простейших дробей четвертого типа.
109. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2+px+q}; \left(q - \frac{p^2}{4} > 0\right)$ , сведя его к табличному.
110. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2+px+q}; \left(q - \frac{p^2}{4} < 0\right)$ , сведя его к табличному.
111. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+px+q}}$ , сведя его к табличному.
112. Интегрирование правильной рациональной функции.
113. Интегрирование неправильной рациональной функции.
114. Интегрирование тригонометрических выражений.
115. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.
116. Какую подстановку нужно выполнить для рационализации интеграла  $\int R(\sqrt[3]{x}, \sqrt[4]{x}) dx$ ?
117. Укажите рационализирующую подстановку для интеграла  $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}}\right) dx$ .

*Тема 9. Определенный интеграл.*

118. Разбиение отрезка. Ранг разбиения. Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла.
119. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
120. Сформулируйте теорему о необходимом условии интегрируемости функции.
121. Суммы Дарбу и их свойства.
122. Критерий интегрируемости функции.
123. Достаточные условия интегрируемости функции.
124. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
125. Сформулируйте теорему о формуле Ньютона – Лейбница.
126. Сформулируйте теорему об интегрировании по частям в определенном интеграле.
127. Сформулируйте теорему о замене переменной интегрирования.
128. Интегралы четных и нечетных функций по отрезку с серединой в нуле.

*Тема 10. Применение определенного интеграла.*

129. Сформулируйте теорему о площади криволинейной трапеции. Следствия.
130. Сформулируйте теорему о площади криволинейного сектора.

131. Вычисление длины гладкой кривой (определение гладкой кривой, теорема о длине гладкой кривой).
132. Вычисление длины гладкой кривой, заданной в декартовых координатах, и кривой, заданной в полярных координатах.  
*Тема 11. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.*
133. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода с бесконечным верхним пределом от непрерывной функции.
134. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода с бесконечным нижним пределом от непрерывной функции.
135. Какой несобственный интеграл называется абсолютно сходящимся?
136. Укажите, для каких значений параметра  $\sigma$  интеграл  $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^\sigma}$ , ( $a > 0$ ) является сходящимся, а для каких значений – расходящимся интегралом.
137. Сформулируйте определение остатка несобственного интеграла.  
*Тема 12. Числовые ряды.*
138. Понятие числового ряда. Сходящийся числовой ряд и его сумма. Теорема о геометрическом ряде.
139. Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (5/8)^n$ .
140. Теорема о сложении сходящихся числовых рядов. Теорема об умножении сходящегося числового ряда на число.
141. Определение остатка числового ряда. Теоремы об остатке сходящегося числового ряда.
142. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
143. Положительные числовые ряды. Критерий сходимости положительных рядов.
144. Сравнение положительных рядов.
145. Признаки Коши и Даламбера сходимости положительных рядов.
146. Интегральный признак сходимости положительных рядов и его применение. Теорема об обобщенных гармонических рядах.
147. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница о знакопередающихся рядах.
148. Абсолютная и условная сходимость рядов. Положительная и отрицательная части числового ряда.
149. Признаки Даламбера и Коши абсолютной сходимости числового ряда.  
*Тема 13. Функциональные последовательности и функциональные ряды.*
150. Функциональная последовательность. Область сходимости и предельная функция.

151. Функциональные ряды. Область сходимости и предельная сумма функционального ряда.
152. Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда.
153. Сформулируйте теорему Вейерштрасса о равномерной сходимости функционального ряда.
154. Необходимое и достаточное условия равномерной сходимости функциональных рядов и функциональных последовательностей.
155. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.

*Тема 14. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды.*

156. Понятие степенного ряда.
157. Сформулируйте теорему Абеля об интервале и радиусе сходимости степенного ряда.
158. Сформулируйте теорему о равномерной сходимости степенного ряда.
159. Сформулируйте свойства степенных рядов.
160. Разложение функции в степенной ряд.
161. Сформулируйте теорему о единственности разложения функции в степенной ряд.
162. Формула Тейлора.
163. Сформулируйте теорему об условии сходимости ряда Тейлора.
164. Сформулируйте теорему о разложении функции  $f(x) = e^x$  в степенной ряд.
165. Сформулируйте теорему о разложении функции  $f(x) = \sin x$  в степенной ряд.
166. Сформулируйте теорему о разложении функции  $f(x) = \cos x$  в степенной ряд.
167. Сформулируйте теорему о разложении функции  $f(x) = \ln(1+x)$  в степенной ряд.
168. Сформулируйте теорему о разложении функции  $f(x) = \arctg x$  в степенной ряд.
169. Сформулируйте теорему о разложении функции  $f(x) = (1+x)^m$  в биномиальный ряд.

*Тема 15. Тригонометрические ряды. Ряд Фурье.*

170. Тригонометрическая система функций и её ортогональность. Пример ортогональной системы функций.
171. Какие из следующих пар функций  $f(x)$  и  $g(x)$  ортогональны на промежутке  $[-1, 1]$ : а)  $f(x) = x$  и  $g(x) = x^3 - 1$ ; б)  $f(x) = x$  и  $g(x) = x^2 - 1$ ; в)  $f(x) = x^2$  и  $g(x) = x^2 - 1$ ?
172. Понятие тригонометрического ряда.
173. Дайте определение ряда Фурье.

174. Комплексная форма ряда Фурье.  
 175. Сходимость ряда Фурье. Теорема Дирихле.  
 176. Ряды по косинусам и синусам.  
 177. Напишите формулы для коэффициентов ряда Фурье функции  $f(x)$ , разложенной в этот ряд в промежутках: а)  $[-\pi, \pi]$ ; б)  $[-l, l]$ .

178. Напишите ряд Фурье нечётной функции  $f(x)$ , заданной на промежутке  $[-\pi, \pi]$ .

*Тема 16. Функции нескольких переменных. Вычисление частных производных высших порядков функции нескольких переменных*

179. Функция двух переменных. Область определения и область значений функции двух переменных. Функция нескольких переменных.  
 180. Способы задания функции двух переменных. График функции двух переменных.  
 181. Предел функции двух переменных.  
 182. Непрерывность в точке функции двух переменных.  
 183. Частные производные функции нескольких переменных. Частные приращения и частные производные функции двух переменных.  
 184. Функция двух переменных, дифференцируемая в точке.  
 185. Полный дифференциал функции в точке.  
 186. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции двух переменных.  
 187. Производная и дифференциал сложной функции двух переменных.  
 188. Запишите формулу для производной  $\frac{\partial z}{\partial y}$  сложной функции  $z = z(u, v)$ ,  $u = u(x, y)$ ,  $v = v(x, y)$ .  
 189. Запишите формулу для производной  $\frac{dy}{dx}$  неявной функции, заданной уравнением  $F(x, y) = 0$ .

190. Запишите формулы для производных  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  неявной функции, заданной уравнением:  $F(x, y, z) = 0$ .

*Тема 17. Вычисление частных производных высших порядков функции нескольких переменных. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных*

191. Частные производные высших порядков функции нескольких переменных.  
 192. Дифференциал функции двух переменных и его основные свойства.  
 193. Дифференциалы высших порядков функции двух переменных.  
 194. Производная по направлению функции нескольких переменных.  
 195. Градиент функции нескольких переменных в точке.

196. Запишите формулу, связывающую  $\text{grad } u$  и производную  $\frac{\partial u}{\partial l}$  в заданной точке скалярного поля  $u$ .

*Тема 18. Экстремумы функции двух переменных.*

197. Сформулируйте определение локального максимума (локального минимума) функции  $z = f(x, y)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$ .
198. Что такое стационарная точка функции  $z = f(x, y)$ ?
199. Необходимое и достаточные условия существования экстремума функции  $z = f(x, y)$ ?
200. Алгоритм исследования функции двух переменных на экстремум.

*Тема 19. Двойные интегралы.*

274. Понятие интегральной суммы для функции двух переменных.
275. Понятие двойного интеграла.
276. Геометрический смысл двойного интеграла.
277. Необходимое условие существования двойного интеграла.
278. Признак интегрируемости функции двух переменных.
279. Достаточные условия существования двойного интеграла.
280. Свойства двойного интеграла, выражаемые равенствами и следствия из них.
281. Свойства двойного интеграла, выражаемые неравенствами.
282. Понятие повторного интеграла.
283. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
284. Теорема о замене переменных в двойном интеграле.
285. Теорема о преобразовании двойного интеграла к полярным координатам.

*Тема 20. Тройные интегралы.*

286. Понятие тройного интеграла.
287. Свойства тройного интеграла.
288. Вычисление тройного интеграла.
289. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.

*Тема 21. Применение кратных интегралов.*

290. Применение кратных интегралов к вычислению площадей плоских фигур.
291. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $xy = 4$ ,  $x + y = 5$ .
292. Применение кратных интегралов к вычислению объемов тел.
293. Вычисление массы и координат центра тяжести плоской фигуры и тела.
294. Вычисление площади поверхности.
295. Найти площадь той части плоскости  $6x + 3y + 2z = 12$ , которая заключена в первом октанте.
296. Вычисление моментов инерции плоской фигуры и тела.
297. Определить полярный момент инерции площади, ограниченной линиями  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ .

*Тема 22. Криволинейные интегралы.*

298. Понятие криволинейного интеграла первого рода и его свойства.  
299. Понятие криволинейного интеграла второго рода и его свойства.  
300. Теорема о существовании криволинейного интеграла и формуле для его вычисления.  
301. Вычисление работы переменной силы с помощью криволинейного интеграла.  
302. Теорема о формуле Римана-Грина и следствие из нее.  
303. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.  
318. Вычислить интегралы: а)  $\int_{AB} 2xydx + x^2dy$ ; б)  $\int_{AB} \cos 2ydx - 2x \sin 2ydy$  по любой линии от точки  $A(1; \frac{\pi}{6})$  до точки  $B(2; \frac{\pi}{4})$ .  
319. Даны точки  $A(-a; 0)$  и  $B(0; a)$ . Вычислить работу силы  $\vec{F}(P; Q)$ , где  $P = y$ ,  $Q = y - x$ , при перемещении единицы массы:  
а) по прямой  $OA$ ; в) по ломаной  $AOB$ .

*Тема 23. Поверхностные интегралы.*

323. Определение поверхностного интеграла первого рода.  
324. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.  
325. Определение поверхностного интеграла второго рода.  
326. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.  
327. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода.  
Вычислить поверхностные интегралы первого рода (по площади поверхности):

*Тема 24. Обыкновенные дифференциальные уравнения.*

328. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка, его решения, общего интеграла.  
329. Каков геометрический смысл уравнения  $y' = f(x, y)$ .  
330. Задача Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.  
331. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными (определение и схема решения).  
332. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка (определение и схема решения).  
333. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка (определение и схема решения).  
334. Дифференциальные уравнения Бернулли (определение и схема решения).  
335. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно неизвестной функции (определение и схема решения).  
336. Дифференциальные уравнения 1-го порядка в полных дифференциалах (определение и теорема об общем интеграле).

337. Понятие дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
338. Основные методы понижения порядков дифференциальных уравнений.
339. Дано уравнение:  $y''' + xy'' = 2y'$ . С помощью какой подстановки можно понизить его порядок? Напишите общий вид таких уравнений.
340. Найдите общие решения уравнений методом понижения порядка:  
а)  $y'' = \ln x$ ; б)  $y'' = \frac{y'}{x} + x$ .
341. Задача Коши для дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
342. Однородные линейные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения (ОЛДУ и НЛДУ). Понятие общего решения. Определитель Вронского.
343. Фундаментальная система решений и общее решение ОЛДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
344. НЛДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и его общее решение.
345. Частное решение НЛДУ 2-го порядка. Метод вариации неопределенных коэффициентов решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений.

### Примерный вариант контрольных работ

1 семестр

Тема 1. Множество действительных чисел.

Тема 2. Функции одной переменной.

Тема 3. Пределы.

Тема 4. Непрерывность функции.

Тема 5. Производная функции одной переменной.

Тема 6. Дифференциал функции одной переменной.

Тема 7. Основные свойства дифференцируемых функций и их применение.

Контрольная работа № 1

Вариант № 0

1. Решить неравенство:  $|x - 1| + 3 \cdot |x| < 4$ ;
2. Найти область определения функции:  $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{7-x}$ ;
3. Вычислить предел:  
а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x - 6}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x - 8}{\sqrt[3]{x} - 2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} - x)$ ;

4. Исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва функции,

определить их род и построить график: 
$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2}, & x \leq 0, \\ 1, & 0 < x \leq 2, \\ x-2, & x > 2. \end{cases}$$

5. Найти интервалы монотонности и точки локального экстремума

функции:  $y = \frac{2x^2}{2x-1}$ .

6. Найти направление выпуклости и точки перегиба графика функции:

$y = 3x^2 - x^3$ .

*Тема 8. Неопределенный интеграл.*

*Тема 9. Определенный интеграл.*

*Тема 10. Применение определенного интеграла.*

*Тема 11. Несобственные интегралы.*

Контрольная работа № 2

Вариант № 0

Вычислить неопределенный интеграл:

1.  $\int \frac{\operatorname{tg}(3x-1)dx}{\cos^2(3x-1)}$ ;
2.  $\int (x^2 + x + 1) \cdot \ln x dx$ ;
3.  $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 13}}$ ;
4.  $\int \frac{1 + \sqrt[3]{x-2}}{\sqrt{x-2}} dx$ ;
5.  $\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2 + x + 1}}$ ;
6.  $\int \frac{dx}{\cos x}$ ;
7.  $\int \frac{8 \cdot x^2 dx}{x^4 - 16}$ ;
8.  $\int \sin x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x dx$ .

Вычислить определенный интеграл:

а).  $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$       б).  $\int_0^{\sqrt{3}} x \arctg x dx$       в).  $\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2$ ;  $y = -x + 2$ .

4. Вычислить длину дуги кривой:  $y = \ln(1 - x^2)$  ( $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ ).

5. Вычислить несобственный интеграл:  $\int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$ .

2 семестр

Тема 12. Числовые ряды.

Тема 13. Функциональные последовательности и функциональные ряды.

Тема 14. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды.

Тема 15. Тригонометрические ряды. Ряд Фурье.

Контрольная работа № 1

Вариант № 0

1. Выяснить, сходится ли данный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$ ?

2. Выяснить, сходится ли данный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 2^n}{n!}$  и, если сходится, то как: абсолютно или условно?

3. Найти область сходимости функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$ .

4. Доказать, что данный функциональный ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 \cdot \sin nx}{n^2 + n + x^2}$  сходится равномерно на указанном промежутке  $[-1; 1]$ .

5. Найти сумму степенного ряда, применяя интегрирование, и указать область сходимости:  $2 - 8x + 24x^2 - 64x^3 + \dots$ .

6. Найти первые пять членов разложения функции  $f(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$ :  $f(x) = x^{-2} + x^{-3} - 3x^{-10} + 7x^{-14}$ ,  $x_0 = 1$ .

7. Вычислить приближенно  $\ln 1,02$  с точностью  $\delta = 10^{-4}$ .

8. Вычислить интеграл  $\int_0^{0,1} e^{-4x^2} dx$  с точностью до 0,001.

9. Разложить в ряд Фурье периодическую с периодом  $T = 2\pi$  функцию  $f(x) = \begin{cases} x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 2 - x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

Тема 16. Функции нескольких переменных. Вычисление частных производных функции нескольких переменных.

Тема 17. Вычисление частных производных высших порядков функции нескольких переменных. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных.

Тема 18. Экстремумы функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных.

Тема 19. Двойные интегралы.

Тема 20. Тройные интегралы.

Тема 21. Применение кратных интегралов.

Тема 22. Криволинейные интегралы.

Тема 23. Поверхностные интегралы.

Тема 24. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Контрольная работа № 2

Вариант № 0

1. Найти  $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$ , если  $z = \sin xy$ .

2. Дана функция  $z = \arctg(x^2 \cdot y^2)$ . Найти: 1).  $\text{grad } z$  в точке  $A(1; -1)$ ;

2). производную функции  $z$  в точке  $A$  в направлении вектора  $l = 5i - 12j$ .

3. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + y^2 - 2x - 4 \cdot \sqrt{xy} - 2y + 8$ .

4. Вычислить двойной интеграл по области  $D$ :

$$\iint_D \frac{x dx dy}{(x^2 + y^2 + 2)^{\frac{3}{2}}}; \quad D: 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1$$

5. Вычислить двойной интеграл по области  $D$ :

$$\iint_D y \ln x dx dy; \quad D: xy = 1, \quad x = 2, \quad y = \sqrt{x}.$$

6. Определить момент инерции относительно оси  $OY$  площади треугольника с вершинами  $A(1;1)$ ,  $B(1;3)$ ,  $C(4;5)$ .

7. Найти общее и частное решение дифференциального уравнения:

$$xy' + y = \sin x; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}.$$

# Варианты индивидуальных заданий:

Семестр 1.

Задание 1

Вычислить пределы функций:

Таблица 1.

№ пп	а)	б)	в)	г)	д)
1	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^3 + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+8} \right)^{-3x}$
2	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)^2}{x^2 + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{5}}{x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{x \sin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+1} \right)^{2x-3}$
3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{10 + x\sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}$
4	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x - \sin 3x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-4}{2x} \right)^{-3x}$
5	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{5x^2 + 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5+x} - 2}{\sqrt{8-x} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}$
6	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{100x}{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^3 - x^2 + x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} x} - \frac{1}{\sin x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+4} \right)^{3x+2}$

7	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x^3 - 8x + 5}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\sin 3x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{-5x+1}$
8	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 5}{x^3 + 2}$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 11x + 5}{3x^2 - 14x - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2-3x}{5-3x} \right)^x$
9	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 12x + 6}{3x^2 - 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{1-\sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 5x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}$
10	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^3 - 6x^2 + 12}{x^3 + 4x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin x}{\arcsin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x} \right)^{3x+4}$
11	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{16x^3 + 7x^2 + 5x}{12x^3 + 4x}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1-x}{2-x} \right)^{3x}$
12	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5 + 4x^4 + 2}{6x^5 + 12x^4 - 2}$	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x^2 - x - 6}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-7}{x+1} \right)^{4x-2}$
13	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 - 1}{6x^2 - 6x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{4x}{x^2 - 9} - \frac{2}{x-3} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-3} \right)^{x-5}$
14	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x}{x^3 + 4x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1+x^2}{x-x^2} - \frac{2}{1-x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+5}{2x+1} \right)^{5x}$

15	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2 + 3x^5}{x^5 + 6x + 8}$	$\lim_{y \rightarrow 2} \left( \frac{4 + y^2}{2y - y^2} - \frac{4}{2 - y} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{2x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin 2x} - \frac{1}{\operatorname{tg} 2x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 2}{x} \right)^{3 - 2x}$
16	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 1}{x^2 - 3x + 6}$	$\lim_{y \rightarrow 3} \left( \frac{9 + y^2}{3y - y^2} - \frac{6}{3 - y} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x + 1} - 5}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 4}{3x} \right)^{-2x}$
17	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 5x^2 + 2}{2x^3 + 5x^2 - x}$	$\lim_{y \rightarrow 4} \left( \frac{16 + y^2}{4y - y^2} - \frac{8}{4 - y} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x + 7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \arcsin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x - 1}{4x + 1} \right)^{2x}$
18	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 2x^2 + 4}{2x^4 + 3x^2 + 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} - \frac{x}{x + 2} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 3}{x - 1} \right)^{x - 4}$
19	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x - 1} - 3}{x - 10}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \cos x}{2x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 1}{3x + 2} \right)^{2x}$
20	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x^2 - 7x}{2x^2 + 7x - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{3x^2 - 5x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{x - 1}$

## Задание 2

Вычислить производные функций, заданных явно:

Таблица 2

№ пп	а)	б)	в)	г)	д)
---------	----	----	----	----	----

1	$y = \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{x+2}}$	$y = e^{x^2-4x}$	$y = \lg^3(x+5)^2$	$y = \cos^2(2x^2+1)$	$y = \arcsin^2 \frac{x^2}{2x}$
2	$y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+2)}}$	$y = 5^{x+\frac{1}{x^2}}$	$y = \ln^2(x^2+4)$	$y = \operatorname{tg}^2(2x+4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x}{3}$
3	$y = \left( \frac{1}{\sqrt{x(1+x)}} \right)^{-3}$	$y = 2^{x+\cos^2 x}$	$y = \log_3^3(x^2+x)$	$y = \operatorname{ctg}^3(2x^2+7)$	$y = \operatorname{arcctg}^2 \frac{2x}{x+4}$
4	$y = \sqrt[3]{x^2 \cdot (1+x)}$	$y = e^{x^2+\sin x}$	$y = \ln^3\left(\frac{x}{2x-1}\right)$	$y = \sin^2(2x^2+1)$	$y = \arccos \frac{x^2-3}{x+2}$
5	$y = 4\sqrt{\frac{x}{2x^2+2}}$	$y = 7^{x^2-2\ln x}$	$y = \ln^3 \frac{2x}{\sin x}$	$y = \cos^3(3x^2-4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{x+2}{2\sqrt{x}}$
6	$y = 2x \cdot \sqrt[3]{x^2+4x}$	$y = e^{x^2-\cos 2x}$	$y = \log_7^2(x^2+16x)$	$y = \operatorname{tg}^2 \frac{x+1}{2\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^2 \frac{x^3}{4}$
7	$y = \frac{x}{\sqrt[3]{x+7x^2}}$	$y = e^{x^2+\frac{1}{x}}$	$y = \lg^3\left(\frac{x}{3x^2+2}\right)$	$y = \operatorname{ctg}^3 \frac{x}{x+1}$	$y = \arccos \frac{x^2}{x-1}$
8	$y = \frac{x}{\sqrt{x^2+2x}}$	$y = 3^{x^2+\frac{1}{x^2}}$	$y = \log_5^2(x^2+\sqrt{x})$	$y = \sin^3 \frac{2x}{\sqrt{x}+5}$	$y = \operatorname{arctg} \frac{x^2-4}{x+1}$
9	$y = \frac{3x}{\sqrt{x^2+\sqrt[3]{x}}}$	$y = e^{x^2+\frac{1}{x\sqrt{x}}}$	$y = \lg^3\left(\frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$	$y = \cos^2 \frac{x}{2x^2+4}$	$y = \operatorname{arcctg}^2 \frac{2x}{x+2}$
10	$y = \sqrt[3]{x+2\sqrt{x}}$	$y = 8^{x+\sqrt{x^3}}$	$y = \log_2^3 \frac{x}{\sqrt{x}+2x}$	$y = \operatorname{tg}^3 \frac{x}{x^2+4\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^3 \sqrt{x+2}$

11	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{2x + x^2 + 3}}$	$y = e^{\frac{x}{\sqrt{x}+4}}$	$y = \lg^3(x^2 + 2x)$	$y = \operatorname{ctg}^2 \frac{1}{x^2 + 4}$	$y = \arccos^2 \frac{x}{2 + \sqrt{x}}$
12	$y = \frac{1}{\sqrt[5]{2x^2 + 4x}}$	$y = 3^{x^2 - 7\sqrt{x}}$	$y = \log_2^2(\sqrt{x} + 4x)$	$y = \sin^3(2x + 4)$	$y = \operatorname{arctg}^2 \frac{\sqrt{x}}{x + 4x^2}$
13	$y = \sqrt[3]{x + \sqrt{x} + 2}$	$y = 2^{x^2 - \frac{4}{x}}$	$y = \ln^3 \frac{x}{x^2 + 3\sqrt{x}}$	$y = \cos^2(2x^2 + 4)$	$y = \operatorname{arctg}^3 \frac{x}{4 + x}$
14	$y = \frac{1}{\sqrt[3]{x + 2\sqrt{x} + 4}}$	$y = 2^{x^2 - 4\ln x}$	$y = \log_3^2\left(x + \frac{1}{x}\right)$	$y = \operatorname{tg}^3 \frac{x}{x^2 + 2\sqrt{x}}$	$y = \arcsin^2 \frac{x}{x^2 + 4}$
15	$y = \frac{1}{\sqrt{x + \frac{1}{x} + 2}}$	$y = e^{x^4 - 2x^3}$	$y = \lg^3(2x + \sqrt{x})$	$y = \operatorname{ctg}^2 \frac{x + 4}{2\sqrt{x} - 7}$	$y = \arccos^3 \frac{2x}{\sqrt{x} + 1}$
16	$y = \sqrt[3]{2x + \frac{1}{x} + 3}$	$y = 2^{2x - 4\cos 2x}$	$y = \log_5^2\left(x + \frac{4}{x^2}\right)$	$y = \cos^3(x + \sqrt{x})$	$y = \operatorname{arctg} \frac{x + 4}{2\sqrt{x} + 7x}$
17	$y = \sqrt[5]{2x - \frac{7}{\sqrt{x}}}$	$y = 4^{x^2 - 2x + 7}$	$y = \lg^2\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)$	$y = \operatorname{tg}^2(2x + 4\sqrt{x})$	$y = \arcsin \frac{x + 4\sqrt{x}}{2x + 3}$
18	$y = \frac{x}{2\sqrt{2x + 4\sqrt{x}}}$	$y = e^{3x^2 - \frac{7}{x}}$	$y = \lg^3\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)$	$y = \operatorname{ctg}^3\left(\frac{x}{\sqrt{x} + 2}\right)$	$y = \arccos^2 \frac{2x}{x + 4}$
19	$y = \sqrt[3]{1 + \frac{x^2}{4}}$	$y = 4^{x^3 + \sqrt{x}}$	$y = \ln^2(2x^4 + \sqrt{x})$	$y = \sin^2\left(\frac{x}{2} + \frac{2}{x}\right)$	$y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 4}$

20	$y = \sqrt[4]{2x + \frac{1}{x}}$	$y = 6^{3x^2 - \sqrt{x}}$	$y = \lg^3\left(x + \frac{\sqrt{x}}{4}\right)$	$y = \cos^3\left(\frac{1}{x} - \frac{4}{\sqrt{x}}\right)$	$y = \arcsin^2 \frac{2x}{x+3}$
----	----------------------------------	---------------------------	------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	--------------------------------

Задание 3

Вычислить производные функций:

Таблица 3

№ пп	а)	б)	в)
1	$y = (\ln x)^x$	$\cos(x \cdot y) + x - y = 0$	$\begin{cases} x = \sin^2 t + t \\ y = \cos t + 2 \end{cases}$
2	$y = (x^2 + 7)^{\sin x}$	$e^{x-y} - \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t} \end{cases}$
3	$y = (\sin 2x)^{\cos \frac{x}{2}}$	$e^{x+2y} - x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin(\sin t) \\ y = \operatorname{tg} \sqrt{1+t} \end{cases}$
4	$y = x^{2^x} \cdot 2^x$	$\cos(x - y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) \\ y = t\sqrt{t^2 + 1} \end{cases}$
5	$y = (\cos \sqrt{x})^{\operatorname{tg} x}$	$\ln(2x + y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2} \\ y = \arcsin(t - 1) \end{cases}$
6	$y = (\sqrt{x+1})^{2\sin^2 x}$	$\ln(2x - y) + \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$

7	$y = \left(\ln \frac{x}{2}\right)^{2e^x}$	$\cos(x + y) + \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} e^{t/2} \\ y = e^t + 1 \end{cases}$
8	$y = (\sin x)^{\ln \operatorname{tg} x}$	$\arcsin(x^2 - y) - \sqrt{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$
9	$y = (\operatorname{ctg} 3x)^{3^x}$	$\arccos(x^2 + y) + \sqrt{xy} = 0$	$\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases}$
10	$y = (x^3 + 1)^{\sin x}$	$\cos^2(x + y) + x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{1-t^2} \\ y = (\arccos t)^2 \end{cases}$
11	$y = (2x)^{\cos x^2}$	$\cos^2(x - y) - \frac{x}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \ln \frac{1-t}{1+t} \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$
12	$y = (\operatorname{tg} x)^x$	$e^{x+y} - \frac{y}{x^2} = 0$	$\begin{cases} x = \arccos \frac{1}{t} \\ y = \sqrt{t^2 - 1} - \arcsin \frac{1}{t} \end{cases}$

13	$y = x^{5x} \cdot 5^x$	$e^{x-y} + \frac{x^2}{y} = 0$	$\begin{cases} x = \arcsin \sqrt{t} \\ y = \sqrt{1 + \sqrt{t}} \end{cases}$
14	$y = (\ln x)^{\cos x^2}$	$2^{x-y} + \operatorname{tg} y = 0$	$\begin{cases} x = \ln(1 - t^2) \\ y = \arcsin \sqrt{1 - t^2} \end{cases}$
15	$y = (\sin x^3)^{x^2}$	$\operatorname{ctg}(y - x) - x \cdot y = 0$	$\begin{cases} x = (\arcsin t)^2 \\ y = \frac{t}{\sqrt{1 - t^2}} \end{cases}$
16	$y = (5 - x^2)^{2 \cos x}$	$\ln(x + y^2) + \sqrt{y} = 0$	$\begin{cases} x = \operatorname{ctg} \sqrt{1 + t} \\ y = 2\sqrt{1 - t^2} \end{cases}$
17	$y = (\ln 5x)^{e^x}$	$x^2 \cdot y - e^{xy} = 0$	$\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1 + t^2}}{t + 1} \end{cases}$
18	$y = x^{e^x} (2x)^5$	$\operatorname{tg}(x + y) + \sqrt{xy} = 0$	$\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} \\ y = t - \sin t \end{cases}$
19	$y = (x^4 - 2)^{\operatorname{ctg} x}$	$3^{x+y} + \operatorname{ctg}(x \cdot y) = 0$	$\begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$

20	$y = x^{3^x} \cdot 5^x$	$e^{2x+y} + \operatorname{tg}(x+y) = 0$	$\begin{cases} x = t^3 + 8t \\ y = t^5 + 2t \end{cases}$
----	-------------------------	-----------------------------------------	----------------------------------------------------------

#### Задание 4

Составить уравнения касательной и нормали в точке  $X_0 = \mathbf{m}$  к параболе:

$y = nx^2 + (n-1)x + m$ , где  $m$  – число гласных букв в фамилии,  $n$  – число согласных букв в фамилии.

#### Задание 5

Исследовать функцию методом дифференциального исчисления и построить график:

Таблица 4

№№	f(x)	№№	f(x)
1	$y = \frac{x^3}{x-1}$	2	$y = \frac{x^3}{x^4-1}$
3	$y = \frac{x^2-2}{x^2+2}$	4	$y = \frac{x^2-1}{x^2+1}$
5	$y = \frac{x^2}{x^3+1}$	6	$y = \sin x + \cos x$
7	$y = e^{2x-x^2}$	8	$y = \frac{x^3+4}{x^3}$
9	$y = \frac{4-x^3}{x^2}$	10	$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$
11	$y = x^3 \cdot e^{-x}$	12	$y = (x-2) \cdot e^{3-x}$

13	$y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$	14	$y = (3 - x) \cdot e^{x-2}$
15	$y = \frac{1}{x^4 - 1}$	16	$y = \frac{e^x}{x}$
17	$y = \frac{4x}{(x + 1)^2}$	18	$y = -\frac{8x}{x^2 + 4}$
19	$y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$	20	$y = \frac{2x + 1}{x^2}$

Задание 6

№ п/п	Номера задач									
1	1.1	2.1	3.1	3.11	4.1	4.11	5.1	5.11	6.1	6.11
2	1.2	2.2	3.2	3.12	4.2	4.12	5.2	5.12	6.2	6.12
3	1.3	2.3	3.3	3.13	4.3	4.13	5.3	5.13	6.3	6.13
4	1.4	2.4	3.4	3.14	4.4	4.14	5.4	5.14	6.4	6.14
5	1.5	2.5	3.5	3.15	4.5	4.15	5.5	5.15	6.5	6.15
6	1.6	2.6	3.6	3.16	4.6	4.16	5.6	5.16	6.6	6.16
7	1.7	2.7	3.7	3.17	4.7	4.17	5.7	5.17	6.7	6.17
8	1.8	2.8	3.8	3.18	4.8	4.18	5.8	5.18	6.8	6.18
9	1.9	2.9	3.9	3.19	4.9	4.19	5.9	5.19	6.9	6.19
10	1.10	2.10	3.10	3.20	4.10	4.20	5.10	5.20	6.10	6.20
11	1.1	2.2	3.3	3.14	4.5	4.16	5.7	5.18	6.21	6.20
12	1.2	2.3	3.4	3.15	4.6	4.17	5.8	5.19	6.22	6.11
13	1.3	2.4	3.5	3.16	4.7	4.18	5.9	5.20	6.23	6.12
14	1.4	2.5	3.6	3.17	4.8	4.19	5.10	5.11	6.24	6.13

15	1.5	2.6	3.7	3.18	4.9	4.20	5.1	5.12	6.25	6.14
16	1.6	2.7	3.8	3.19	4.10	4.11	5.2	5.13	6.26	6.15
17	1.7	2.8	3.9	3.20	4.1	4.12	5.3	5.14	6.27	6.16
18	1.8	2.9	3.10	3.11	4.2	4.13	5.4	5.15	6.28	6.17
19	1.9	2.10	3.1	3.12	4.3	4.14	5.5	5.16	6.29	6.18
20	1.10	2.1	3.2	3.13	4.4	4.15	5.6	5.17	6.30	6.19

1. Простейшие приёмы интегрирования

$$1.1. \quad \int \frac{1 + \cos^2 x}{1 + \cos 2x} dx$$

$$1.2. \quad \int \frac{1 + 2x^2}{x^2(1 + x^2)} dx$$

$$1.3. \quad \int \frac{(1 - x)^2}{x\sqrt{x}} dx$$

$$1.4. \quad \int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 2} dx$$

$$1.5. \quad \int \cos^3 x \sin 2x dx$$

$$1.6. \quad \int \frac{x + 2}{2x - 1} dx$$

$$1.7. \quad \int \frac{(1 + x)^2}{x^2 + 1} dx$$

$$1.8. \quad \int \cos x \cos 2x \cos 3x dx$$

$$1.9. \quad \int (tg^2 x + tg^4 x) dx$$

$$1.10. \quad \int \sin^4 x dx$$

## 2. Замена переменной

$$2.1. \quad \int \frac{\sqrt{x}}{x(x + 1)} dx$$

$$2.2. \quad \int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x \ln x} dx$$

$$2.3. \quad \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$2.4. \quad \int \frac{dx}{\sqrt{(a^2 + x^2)^3}}$$

$$2.5. \quad \int \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x^2} dx$$

$$2.6. \quad \int \frac{4x + 3}{(x - 2)^3} dx$$

$$2.7. \quad \int x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$$

$$2.8. \quad \int \frac{\sqrt{(9 - x^2)^3}}{x^6} dx$$

$$2.9. \quad \int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[4]{e^x + 1}}$$

$$2.10. \quad \int \frac{x^5}{(x^2 - 4)^2} dx$$

## 3. Интегрирование по частям

$$3.1. \quad \int \arccos x dx$$

$$3.2. \quad \int \arctg \sqrt{x} dx$$

$$3.3. \quad \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{x + 1}} dx$$

$$3.4. \quad \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} dx$$

$$3.5. \quad \int \frac{\lg x}{x^3} dx$$

$$3.6. \quad \int \ln(x^2 + 1) dx$$

$$3.7. \quad \int \frac{x^3}{\sqrt{1 + x^2}} dx$$

$$3.8. \quad \int x^3 \sin x dx$$

$$3.9. \quad \int (\arctg x)^2 x dx$$

$$3.10. \quad \int x^2 \ln(1 + x) dx$$

$$3.11. \int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x^5}} dx$$

$$3.12. \int \frac{x^2}{(1+x^2)^2} dx$$

$$3.13. \int \ln^2 x dx$$

$$3.14. \int x^3 e^x dx$$

$$3.15. \int x^2 \cos^2 x dx$$

$$3.16. \int (\arcsin x)^2 dx$$

$$3.17. \int e^x \sin x dx$$

$$3.18. \int \sin \ln x dx$$

$$3.19. \int \cos \ln x dx$$

$$3.20. \int x^2 e^x \sin x dx$$

#### 4. Интегрирование рациональных функций

$$4.1. \int \frac{x}{2x^2 - 3x - 2} dx$$

$$4.2. \int \frac{dx}{6x^3 + 7x^2 - 3x}$$

$$4.3. \int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$$

$$4.4. \int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} dx$$

$$4.5. \int \frac{(2x^2 - 5)dx}{x^4 - 5x^2 + 6}$$

$$4.6. \int \frac{xdx}{x^4 - 3x^2 + 2}$$

$$4.7. \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - x^2} dx$$

$$4.8. \int \frac{dx}{x^4 - x^2}$$

$$4.9. \int \frac{x^5 dx}{(x-1)^2(x^2-1)}$$

$$4.10. \int \frac{3x^2 + 1}{(x^2 - 1)^3} dx$$

$$4.11. \int \frac{dx}{1+x^3}$$

$$4.12. \int \frac{xdx}{x^3 - 1}$$

$$4.13. \int \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

$$4.14. \int \frac{x^2 dx}{1 - x^4}$$

$$4.15. \int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+1)}$$

$$4.16. \int \frac{(x^3 - 6)dx}{x^4 + 6x + 8}$$

$$4.17. \int \frac{(x^4 + 1)}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$$

$$4.18. \int \frac{(x+1)^4}{(x^2 + 2x + 2)^3} dx$$

$$4.19. \int \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}$$

$$4.20. \int \frac{dx}{(1+x^2)^4}$$

#### 5. Интегрирование тригонометрических функций

$$5.1. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

$$5.2. \int \frac{\sin^4 x}{\cos^2 x} dx$$

$$5.3. \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}$$

$$5.4. \int \frac{dx}{\cos^4 x \sin^4 x}$$

$$5.5. \int \frac{\sin x}{(1 - \cos x)^2} dx$$

$$5.6. \int \frac{\cos x}{(1 - \cos x)^2} dx$$

$$5.7. \int \cos^6 x dx$$

$$5.8. \int \operatorname{tg}^5 x dx$$

$$5.9. \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$5.10. \int \frac{\cos^2 x dx}{\cos 3x \sin x}$$

$$5.11. \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x \cos 2x}$$

$$5.12. \int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$$

$$5.13. \int \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}$$

$$5.14. \int \frac{dx}{\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$5.15. \int \sqrt{1 + \sin x} dx$$

$$5.16. \int \frac{dx}{1 - \sin^4 x}$$

$$5.17. \int \frac{\cos x dx}{\sin^3 x - \cos^3 x}$$

$$5.18. \int \frac{dx}{\sqrt{1 - \sin^4 x}}$$

$$5.19. \int \frac{\sqrt{\sin^3 2x}}{\sin^5 x} dx$$

$$5.20. \int \sqrt{\operatorname{tg} x} dx$$

## 6. Интегрирование иррациональных функций. Несобственные интегралы

$$6.1. \int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$$

$$6.2. \int \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} dx$$

$$6.3. \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$6.4. \int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}$$

$$6.5. \int \frac{dx}{x \sqrt[3]{x^2 + 1}}$$

$$6.6. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^3 + 1}}$$

$$6.7. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{x^4 + 1}}$$

$$6.8. \int \frac{\sqrt{1-x^4} dx}{x^5}$$

$$6.9. \int \frac{\sqrt[3]{1+x^3} dx}{x^2}$$

$$6.10. \int \sqrt[3]{x(1-x^2)} dx$$

$$6.11. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4x-4}}$$

$$6.12. \int \frac{dx}{x\sqrt{2+x-x^2}}$$

$$6.13. \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{1+x+x^2}}$$

$$6.14. \int \frac{dx}{(2x-3)\sqrt{4x-x^2}}$$

$$6.15. \int \sqrt{3x^2-3x+1}dx$$

$$6.16. \int \sqrt{1-4x-x^2}dx$$

$$6.17. \int \frac{dx}{1+\sqrt{x^2+2x+2}}$$

$$6.18. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}$$

$$6.19. \int \frac{(3x^2-5)dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$$

$$6.20. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$$

$$6.21. \int_0^{\infty} e^{-2x} dx$$

$$6.22. \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$$

$$6.23. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{a^2+x^2}$$

$$6.24. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$$

$$6.25. \int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$6.26. \int_2^{\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$$

$$6.27. \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(1+x)^3}} dx$$

$$6.28. \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$6.29. \int_1^{\infty} \frac{\arctg x}{x^2} dx$$

$$6.30. \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2+x} dx$$

$$6.31. \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2+2x+2} dx$$


---



---

## Задание 7

№ п/п	Номера задач					
1	1.1	1.11	2.1	2.11	2.21	3.1
2	1.2	1.12	2.2	2.12	2.22	3.2
3	1.3	1.13	2.3	2.13	2.23	3.3
4	1.4	1.14	2.4	2.14	2.24	3.4
5	1.5	1.15	2.5	2.15	2.25	3.5
6	1.6	1.16	2.6	2.16	2.26	3.6
7	1.7	1.17	2.7	2.17	2.27	3.7
8	1.8	1.18	2.8	2.18	2.28	3.8
9	1.9	1.19	2.9	2.19	2.29	3.9
10	1.10	1.20	2.10	2.20	2.30	3.10
11	1.1	1.12	2.3	2.14	2.25	3.6
12	1.2	1.13	2.4	2.15	2.26	3.7
13	1.3	1.14	2.5	2.16	2.27	3.8
14	1.4	1.15	2.6	2.17	2.28	3.9
15	1.5	1.16	2.7	2.18	2.29	3.10
16	1.6	1.17	2.8	2.19	2.30	3.1
17	1.7	1.18	2.9	2.20	2.21	3.2
18	1.8	1.19	2.10	2.11	2.22	3.3
19	1.9	1.20	2.1	2.12	2.23	3.4
20	1.10	1.11	2.2	2.13	2.24	3.5

## 2. Вычисление определенных интегралов

1.1. 
$$\int_0^1 \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2}$$

1.2. 
$$\int_2^{-13} \frac{dx}{\sqrt[5]{(3-x)^4}}$$

1.3. 
$$\int_1^e \frac{1 + \lg x}{x} dx$$

1.4. 
$$\int_1^{e^3} \frac{dx}{x\sqrt{1 + \ln x}}$$

1.5. 
$$\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$$

1.6. 
$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \cos x}$$

1.7. 
$$\int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$$

1.8. 
$$\int_0^1 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}$$

1.9. 
$$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{(1 + x^2)^3}$$

1.10. 
$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$$

1.11. 
$$\int_0^1 \sqrt{(1 - x^2)^3} dx$$

1.12. 
$$\int_0^{-\ln 2} \sqrt{1 - e^{2x}} dx$$

1.13. 
$$\int_0^a \frac{dx}{x + \sqrt{a^2 - x^2}}$$

1.14. 
$$\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{(3 + x^2)^5}}$$

1.15. 
$$\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x^6} dx$$

1.16. 
$$\int_0^{\pi} x^3 \sin x dx$$

$$1.17. \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx$$

$$1.18. \int_1^e \ln^3 x dx$$

$$1.19. \int_1^2 x \log_2 x dx$$

$$1.20. \int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x dx$$

## 2. Вычисление площадей фигур

- 2.1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 2x + 1$  и  $x - y - 1 = 0$ .
- 2.2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ .
- 2.3. Окружность  $x^2 + y^2 = 8$  разделена параболой  $y = x^2 / 2$  на две части. Найти площади обеих частей.
- 2.4. Найти площади фигур, на которые парабола  $y^2 = 6x$  делит окружность  $x^2 + y^2 = 16$ .
- 2.5. Окружность  $x^2 + y^2 = a^2$  разбивается гиперболой  $x^2 - 2y^2 = a^2 / 4$  на три части. Определить площади этих частей.
- 2.6. Вычислить площади криволинейных фигур, образованных пересечением эллипса  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  и гиперболы  $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ .
- 2.7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией  $(y - x - 2)^2 = 9x$  и осями координат.
- 2.8. Найти площадь петли линии  $y^2 = x(x - 1)^2$ .
- 2.9. Найти площадь фигуры, ограниченной замкнутой линией  $y^2 = (1 - x^2)^3$ .
- 2.10. Найти площадь фигуры, ограниченной замкнутой линией  $y^2 = x^2 - x^4$ .
- 2.11. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$  и прямой  $x = 1$ .
- 2.12. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \ln x$ ,  $y = \ln^2 x$ .
- 2.13. Вычислить площадь одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью абсцисс и линиями  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ .
- 2.14. Вычислить площадь одного из криволинейных треугольников, ограниченных осью ординат и линиями  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \frac{2}{3} \cos x$ .
- 2.15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной осью абсцисс и линиями  $y = \arcsin x$ ,  $y = \arccos x$ .
- 2.16. Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой  $x = a \cos^3 t$ ,  $y = a \sin^3 t$ .
- 2.17. Найти площадь петли линии  $x = 3t^2$ ,  $y = 3t - t^3$ .
- 2.18. Найти площадь петли линии  $x = t^2 - 1$ ,  $y = t^3 - t$ .
- 2.19. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = a \sin 2\varphi$ .
- 2.20. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $\rho = a \operatorname{tg} \varphi$  ( $a > 0$ ) и прямой  $\varphi = \pi / 4$ .
- 2.21. Найти площадь общей части фигур, ограниченных линиями  $\rho = 3 + \cos 4\varphi$  и  $\rho = 2 - \cos 4\varphi$ .
- 2.22. Найти площадь части фигуры, ограниченной линией  $\rho = 2 + \cos 2\varphi$ , лежащей вне линии  $\rho = 2 + \sin 2\varphi$ .
- 2.23. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ .

- 2.24. Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой Бернулли  $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ , лежащей внутри окружности  $x^2 + y^2 = a^2/2$ .
- 2.25. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $(x^2 + y^2)^3 = 4a^2xy(x^2 - y^2)$ .
- 2.26. Найти площадь фигуры, ограниченной линией  $x^4 + y^4 = x^2 + y^2$ .
- 2.27. Найти площадь фигуры, заключенной между линией  $y = xe^{-x^2/2}$  и ее асимптотой.
- 2.28. Найти площадь фигуры, заключенной между линией  $y^2 = \frac{x^3}{2a - x}$  и ее асимптотой.
- 2.29. Найти площадь фигуры, заключенной между линией  $xy^2 = 8 - 4x$  и ее асимптотой.
- 2.30. Найти площадь фигуры, заключенной между линией  $y^2 = \frac{1}{1 + x^2}$  и ее асимптотой.

### 3. Вычисление длины дуги

- 3.1. Найти длину дуги линии  $\ln x$  от точки  $x_1 = \sqrt{3}$  до точки  $x_2 = \sqrt{8}$ .
- 3.2. Найти длину дуги линии  $\ln(1 - x^2)$  от точки  $x_1 = 0$  до точки  $x_2 = 1/2$ .
- 3.3. Найти длину дуги линии  $\ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$  от точки  $x_1 = a$  до точки  $x_2 = b$ .
- 3.4. Вычислить длину петли линии  $9ay^2 = x(x - 3a)^2$ .
- 3.5. Найти длину линии  $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin \sqrt{x}$ .
- 3.6. Найти длину кардиоиды  $\rho = a(1 + \cos \varphi)$ .
- 3.7. Найти длину линии  $x = a \cos^5 t, y = a \sin^5 t$ .
- 3.8. Найти длину линии  $(y - \arcsin x)^2 = 1 - x^2$ .
- 3.9. Найти длину петли линии  $x = t^2, y = t - \frac{t^3}{3}$ .
- 3.10. Найти длину архимедовой спирали  $\rho = a\varphi$  от начала до конца первого завитка.

### Семестр 2.

Задание № 1. Исследовать положительные ряды на сходимость:

- |                                                                                                             |                                                                                              |                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| 1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 5}{2^n}$ ;                                                           | б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{2n+1} \right)^n$ ;                                 | в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n (\ln \ln n)^2}$ .      |
| 2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$ ;                                                                | б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ ;                                                 | в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + 4n + 5)}$ .            |
| 3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n-2)}$ ; | б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ ;                                                      | в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$ . |
| 4. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$ ;                            | б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n}$ ;                                                   | в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln(n+1)}$ .               |
| 5. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^{n(n-1)}$ ;                                       | б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2^{2^n} (n-1)!}$ ; | в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3(n+1)}$ .               |

$$\begin{array}{lll}
6. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{9^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \arcsin \frac{1}{n} \right)^n; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n+1}}{n!}. \\
7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}{1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (4n-3)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{(n-1)!}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2+3}. \\
8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{8^n n^2}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{2n+3} \right)^{n^2}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}. \\
9. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n-1)^{n-1}}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{4n-3} \right)^{2n}. \\
10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (10n-9)}{2n-1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( \frac{n+2}{n} \right)^{n^2}}{9^n}. \\
11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{7^n n(n+1)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{4n} \right)^{3n}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^2 \ln n}. \\
12. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2}. \\
13. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n (2n-1)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{(4n-1)^n}; & \text{B) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{5+n}{25+n^2}. \\
14. \text{ a) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{n+1} \right)^n; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (n+3)}{5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot \dots \cdot (2n+3)}. \\
15. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln^2(n+9)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \arccos \frac{1}{n^2+3}. \\
16. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^n}{(3n-2)^{n+1}}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \sqrt{\ln(n+3)}}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{1}{n^3+1}}{\arcsin \frac{1}{n \sqrt{n}}}. \\
17. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{n}{3} \ln^2(n+5)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+2}}{(2n^2+1)^{n/2}}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{n}}} - 1}{n+3}. \\
18. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)! \cdot 5^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (n^2+1) \arccos \frac{1}{n^4+n+3}; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-5) \ln^2(n-5)}. \\
19. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{(n^2+1) \ln(n-2)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin \frac{\pi}{5n+1} \right)^n; & \text{B) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n(n+1)}.
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
20. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n+2)!}{n^5}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+3}{n+1} \right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^{n-1}}. \\
21. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (3n-1) \sin \frac{\pi}{4^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2 - n - 1}{7n^2 + 3n + 4} \right)^n; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\arccos \frac{1}{n}}. \\
22. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7}{8} \right)^n \left( \frac{1}{n} \right)^7; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \arcsin \frac{1}{3n} \right)^{2n}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{2n-1} \right)^n. \\
23. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 6^n}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n-1}{3n} \right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}. \\
24. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n+1)}{2^n \cdot n!}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2 (n-1)}. \\
25. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n+2)}; & \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{4n+1} \right)^{n^2}; & \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3+8n) \ln^3 (3+8n)}.
\end{array}$$

Задание № 2. Исследовать числовой ряд на сходимость и установить характер сходимости (абсолютная, условная):

$$\begin{array}{ll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n-1}. & 2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{2n-1}{3n+2} \right)^n. \\
3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{2n+1}}. & 4. \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}. \\
5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n (\ln n)^2}. & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}. \\
7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^2}{2^n}. & 8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{5n(n+1)}. \\
9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 5^n}. & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}. \\
11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3^n}{2n+2}. & 12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{n^4}. \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)(n+4)}. & 14. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{3n}. \\
15. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n(n+2)}. & 16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)2^{2n+1}}. \\
17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n. & 18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{(n+2) \ln^2 (n+2)}.
\end{array}$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{12^n}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \sin \frac{\pi}{8^n}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(n+1) \left(\frac{3}{2}\right)^n}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n^{3/2}}.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^4 \sqrt[4]{2^n}}.$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)^{3/2}}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}.$$

Задание № 3. Найти область сходимости функционального ряда:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3^n n (x+2)^n}.$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x+5)^n}.$$

$$5. \sum_{n=1}^{\infty} n^x.$$

$$7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n\sqrt{n}}.$$

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n x}{n}.$$

$$11. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 x}.$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+1)^n}.$$

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} e^{-nx}.$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} n e^{nx}.$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+2}}{16^n (2n+1)}.$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-3)(2n-2)}.$$

$$23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n(n-1)}.$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n! (x+3)^n}.$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-x}.$$

$$6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(3x-4)^n}{5^n}.$$

$$8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{e^{nx}}.$$

$$10. \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{x}{2^n}.$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(x-2)^n}.$$

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{(x-3)^{2n}}.$$

$$16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-nx^2}.$$

$$18. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^n.$$

$$20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{x^n} \left( 1 - \frac{1}{n} \right).$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)x^{n+1}}.$$

$$24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}.$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n}.$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{4^n (2n-1)}.$$

Задание № 4. Найти область сходимости заданных степенных рядов:

$$1. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n x^n}{n^n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n^2 2^n}.$$

$$2. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n \cdot 2^n \sqrt{3n+1}}.$$

$$3. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{5^{n+1} n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-2)^{2n}}{n}.$$

$$4. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-4)^{2n}}{n 3^n}.$$

$$5. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(0,1)^n x^{2n}}{n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n \ln(n+1)}.$$

$$6. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{(2n+1)^2 \sqrt{3^n}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}.$$

$$7. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}.$$

$$8. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{n^2}}{(n+1)^n}.$$

$$9. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^3};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n (x-5)^n}{(3n+1)^{10}}.$$

$$10. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2} \frac{x^n}{5^n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{3n}}{n^2}.$$

$$11. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} x^n \operatorname{tg} \frac{1}{n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n \sqrt[3]{n}}.$$

$$12. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (2+x)^n.$$

$$13. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2 x^n}{2^n};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}.$$

$$14. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{2n-1}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n (x+1)^n}{2^{n-1} n^n}.$$

$$15. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt{3n-1}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}.$$

$$16. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}.$$

$$17. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{2n-1};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x-2)^n}{\sqrt{n} \cdot 2^n}.$$

$$18. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n (n^2 + 1)};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (3n+2)(x+1)^n.$$

$$19. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-5)^{2n}}{(2n+1)4^n}.$$

$$20. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} n! x^n;$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{(n+1)4^n}.$$

$$21. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{3^{n-1} \sqrt{3n+4}};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 (x+2)^{2n+1}}{(n+1)!}.$$

$$22. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n x^n;$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{(n+1) \ln(n+1)}.$$

$$23. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n x^n}{3n+1};$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}.$$

$$24. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n} \right)^n x^n;$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}.$$

$$25. \text{ a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n!} x^n;$$

$$\text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}.$$

Задание № 5. Разложить заданную функцию  $f(x)$  в степенной ряд в окрестности точки  $x_0$ . Найти область сходимости полученного степенного ряда к данной функции.

$$1. f(x) = e^{-x^2}, x_0 = 0.$$

$$2. f(x) = \ln x, x_0 = 1.$$

$$3. f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 2.$$

$$4. f(x) = \sin^2 x, x_0 = 0.$$

$$5. f(x) = 3^x, x_0 = 0.$$

$$6. f(x) = e^{-2x}, x_0 = 1.$$

$$7. f(x) = \frac{1}{2x+5}, x_0 = 3.$$

$$8. f(x) = \cos^2 x, x_0 = 0.$$

$$9. f(x) = \sin \frac{\pi x}{4}, x_0 = 2.$$

$$10. f(x) = \frac{x}{3+4x}, x_0 = 0.$$

$$11. f(x) = \sqrt[3]{27-x}, x_0 = 0.$$

$$12. f(x) = (1-x)e^{-2x}, x_0 = 0.$$

$$13. f(x) = \sin 2x + 2x \cos 2x, x_0 = 0. \quad 14. f(x) = \ln(1 + x - 2x^2), x_0 = 0.$$

$$15. f(x) = \frac{1}{x-1}, x_0 = 2.$$

$$16. f(x) = \frac{x}{x^2 - 6x + 5}, x_0 = 3.$$

$$17. f(x) = \frac{x}{x^2 + 3x + 2}, x_0 = -4.$$

$$18. f(x) = e^{x^2 - 4x + 1}, x_0 = 2.$$

$$19. f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}, x_0 = 2.$$

$$20. f(x) = \sin(x^2 + 4x), x_0 = -2.$$

$$21. f(x) = sh \frac{x^2}{2}, x_0 = 0.$$

$$22. f(x) = 2x \cos^2 \frac{x}{2}, x_0 = 0.$$

$$23. f(x) = \frac{7}{12 + x - x^2}, x_0 = 0.$$

$$24. f(x) = x \cos \frac{2x^3}{3}, x_0 = 0.$$

$$25. f(x) = (x-1)shx, x_0 = 0.$$

$$26. f(x) = \frac{5}{6 + x - x^2}, x_0 = 0.$$

Задание № 6. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,001.

$$1. \int_0^{0.5} \frac{\arctg x^2}{x^2} dx.$$

$$2. \int_0^1 \cos \frac{x^2}{4} dx.$$

$$3. \int_0^{0.1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

$$4. \int_0^1 \sqrt{x} \sin x dx.$$

$$5. \int_0^{0.8} \frac{1 - \cos x}{x} dx.$$

$$6. \int_0^{0.1} e^{-6x^2} dx.$$

$$7. \int_0^{0.8} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}.$$

$$8. \int_0^{0.1} \frac{e^{-2x}}{x} dx.$$

$$9. \int_0^{1.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}.$$

$$10. \int_0^{0.4} \cos \left( \frac{5x}{2} \right)^2 dx.$$

$$11. \int_0^{0.4} \frac{1 - e^{-\frac{x}{2}}}{x} dx.$$

$$12. \int_0^{0.4} e^{-\frac{3x^2}{4}} dx.$$

$$13. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}.$$

$$14. \int_0^{0.4} \frac{\ln \left( 1 + \frac{x}{2} \right)}{x} dx.$$

$$15. \int_0^{0.1} e^{-x^2} dx.$$

$$16. \int_0^{0.5} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx.$$

$$17. \int_0^{0.2} \frac{\sin x}{x} dx.$$

$$18. \int_0^{0.1} \frac{e^x - 1}{x} dx.$$

$$19. \int_0^{0.5} x \ln(1+x^2) dx.$$

$$20. \int_0^{0.5} \ln(1+x^2) dx.$$

$$21. \int_0^{0.5} \frac{\sin x^2}{x} dx.$$

$$23. \int_0^{0.5} \sqrt{1+x^3} dx.$$

$$25. \int_0^{0.5} \ln(1+x^3) dx.$$

$$22. \int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}} dx.$$

$$24. \int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

$$26. \int_0^{0.2} \sqrt{x} \cos x dx.$$

Задание № 7. Разложить в ряд Фурье периодическую с периодом  $T = 2\pi$  функцию  $f(x)$ , заданную на отрезке  $[-\pi, \pi]$ .

$$1. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ 4x - 3, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 1 - 2x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ x^2, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$7. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ 3 - x, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

$$9. f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$11. f(x) = \begin{cases} -x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 1, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$13. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 6x - 5, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$15. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 3 - 8x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$17. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

$$19. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ \frac{x}{5} - 2, & x \in [0, \pi]. \end{cases}$$

$$21. f(x) = \begin{cases} -x - 1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 1, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 5 - x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} -1, & x \in [-\pi, 0]; \\ x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$8. f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$10. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ \frac{x}{2}, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$12. f(x) = \begin{cases} -2, & x \in [-\pi, 0]; \\ x + 1, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$14. f(x) = \begin{cases} 7 - 3x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$16. f(x) = \begin{cases} x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 2 - x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$18. f(x) = \begin{cases} 7x - 1, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$20. f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0]; \\ 4 - 9x, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$22. f(x) = \begin{cases} 3 + x, & x \in [-\pi, 0]; \\ 2, & x \in (0, \pi]. \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
23. f(x) &= \begin{cases} \frac{x}{3} - 3, & x \in [-\pi, 0]; \\ 0, & x \in (0, \pi]. \end{cases} & 24. f(x) &= \begin{cases} x, & x \in [-\pi, 0); \\ 4 - x, & x \in [0, \pi]. \end{cases} \\
25. f(x) &= \begin{cases} 0, & x \in [-\pi, 0); \\ 10x - 3, & x \in [0, \pi]. \end{cases} & 26. f(x) &= \begin{cases} 3 - x, & x \in [-\pi, 0); \\ 0, & x \in [0, \pi]. \end{cases}
\end{aligned}$$

Задание № 8. Найти частные производные  $z_x, z_y$  функции  $z = f(x, y)$ .

$$\begin{aligned}
1.1. z &= \ln(3x - x^2 + 5xy); & 1.2. z &= \sqrt{3xy - x^2 + 5y^2}; \\
1.3. z &= (3xy^2 - 3yx^2 + 5y)^4; & 1.4. z &= e^{3xy + 5y - 4x}; \\
1.5. z &= \sin(6x^4 - 4y + xy); & 1.6. z &= \operatorname{tg}^2(6y^2x^4 - 4xy + y); \\
1.7. z &= (6y^2x^4 - 4xy + y)^2; & 1.8. z &= \cos(4xy + y - x)^2; \\
1.9. z &= \ln(x^2y + y^2x - 3x + 4y)^2; & 1.10. z &= \sin(2x^2y - 3x^3 + 4y^4); \\
1.11. z &= (x^2 + 2x - 1)^{\ln y}; & 1.12. z &= \frac{\sqrt{x^2 - y - 2}}{x^2 - y^2}; \\
1.13. z &= \sqrt{\frac{2y + 4}{\sin x}}; & 1.14. z &= \arcsin \frac{2x}{y - 2}; \\
1.15. z &= e^{-\cos^2(3x - 5y)}; & 1.16. z &= x^{4 - y^2}; \\
1.17. z &= \operatorname{arctg}(x^4 - y^2); & 1.18. z &= \operatorname{arcctg} \frac{y^2}{x}; \\
1.19. z &= (\ln y)^{2x - 1}; & 1.20. z &= (\sin x)^{\operatorname{tg} y}.
\end{aligned}$$

Задание № 9. Исследовать функцию двух переменных  $z = f(x, y)$  на экстремум.

$$\begin{aligned}
2.1. z &= x^2 + y^2 - 9xy + 27; & 2.2. z &= x^2 + 2y^2 + 1; \\
2.3. z &= 3 - 2x^2 - y^2 - xy; & 2.4. z &= x^2 + 3y^2 + x - y; \\
2.5. z &= 5x^2 + y^2 - 3xy + 4; & 2.6. z &= x^2 + 2y^2 + 2xy; \\
2.7. z &= 10 - x^2 + 2xy; & 2.8. z &= x^2 - y^2 + 2xy + 4x; \\
2.9. z &= x^2 + xy - 2; & 2.10. z &= x^2 - 2xy + 2y^2 - 2y; \\
2.11. z &= x^3 - 9xy + y^3; & 2.12. z &= xy^2 - 4x + 8y - 11; \\
2.13. z &= x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5; & 2.14. z &= xy + 2x + 6y - 7; \\
2.15. z &= 2xy + x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3; & 2.16. z &= 4xy - x^2 - y^2 + 6x + 4y - 5; \\
2.17. z &= 2x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 2; & 2.18. z &= 3x^2 + y^2 + 6x - 4y - 10; \\
2.19. z &= x^3 + y^3 - 6xy + 10; & 2.20. z &= xy + 4x + 12y + 24.
\end{aligned}$$

Задание № 10. Найти: а) производную функции  $z = f(x, y)$  в точке М по направлению вектора  $\vec{l}$ ;

б) градиент функции  $z = f(x, y)$  в точке М.

- |                                            |               |                                    |
|--------------------------------------------|---------------|------------------------------------|
| 3.1. $z = \cos^3 y + \ln(x^2 + y^2)$ ;     | $M(1, 1)$ ,   | $\vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ;   |
| 3.2. $z = \arctg(x \cdot \ln(1 + y))$ ;    | $M(1, 0)$ ,   | $\vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}$ ;   |
| 3.3. $z = 2x^2 + 9y^2 - 4x - 6y + 2$ ;     | $M(-2, 3)$ ,  | $\vec{l} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ ;  |
| 3.4. $z = x^3 + y^3 - 6xy + 10$ ;          | $M(4, 3)$ ,   | $\vec{l} = 5\vec{i} - 12\vec{j}$ ; |
| 3.5. $z = 2xy + x^2 + y^2 - 4x + 2y + 3$ ; | $M(-1, 3)$ ,  | $\vec{l} = 6\vec{i} - 8\vec{j}$ ;  |
| 3.6. $z = x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5$ ;       | $M(4, -1)$ ,  | $\vec{l} = 8\vec{i} + 8\vec{j}$ ;  |
| 3.7. $z = xy + 4x + 12y + 24$ ;            | $M(3, -3)$ ,  | $\vec{l} = -\vec{i} - \vec{j}$ ;   |
| 3.8. $z = 3x^2 + y^2 + 6x - 4y - 10$ ;     | $M(6, -1)$ ,  | $\vec{l} = -4\vec{i} + \vec{j}$ ;  |
| 3.9. $z = 4xy - x^2 - y^2 + 6x + 4y - 5$ ; | $M(1, -1)$ ,  | $\vec{l} = 5\vec{i} + 8\vec{j}$ ;  |
| 3.10. $z = xy + 2x + 6y - 7$ ;             | $M(0, -1)$ ,  | $\vec{l} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ ;  |
| 3.11. $z = x^2 - y^2 + 2xy + 4x$ ;         | $M(2, -1)$ ,  | $\vec{l} = 3\vec{i} + \vec{j}$ ;   |
| 3.12. $z = x^2 + 2y^2 + 2xy$ ;             | $M(5, -1)$ ,  | $\vec{l} = \vec{i} - 6\vec{j}$ ;   |
| 3.13. $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ ;           | $M(-2, -1)$ , | $\vec{l} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ ;  |
| 3.14. $z = x^2 + 2y^2 + 1$ ;               | $M(4, -3)$ ,  | $\vec{l} = \vec{i} - \vec{j}$ ;    |
| 3.15. $z = x^3 - 9xy + y^3$ ;              | $M(0, -4)$ ,  | $\vec{l} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ ;  |
| 3.16. $z = x^2 + xy - 2$ ;                 | $M(-4, -1)$ , | $\vec{l} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ ;  |
| 3.17. $z = 5x^2 + y^2 - 3xy + 4$ ;         | $M(2, 1)$ ,   | $\vec{l} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ ;  |
| 3.18. $z = 3 - 2x^2 - y^2 - xy$ ;          | $M(-2, 2)$ ,  | $\vec{l} = -2\vec{i} - 6\vec{j}$ ; |
| 3.19. $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$ ;         | $M(1, -1)$ ,  | $\vec{l} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ ;  |
| 3.20. $z = x^2 + 2y^2 + 1$ ;               | $M(-3, 3)$ ,  | $\vec{l} = 2\vec{i} + 8\vec{j}$ .  |

Задание № 11. Проверить заданное соотношение для функции  $z = f(x, y)$ .

- |      |                                                                                       |                                 |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 4.1. | $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ , | $z = e^{xy}$ ;                  |
| 4.2. | $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial z^2} = 0$ ,     | $z = e^{-\cos(ax+y)}$ ;         |
| 4.3. | $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ ,         | $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$ ; |
| 4.4. | $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$ ,     | $z = \sin^2(y - ax)$ ;          |

- 4.5.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \frac{y}{x};$
- 4.6.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = y \sqrt{\frac{y}{x}};$
- 4.7.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial y} \left( y^2 \frac{\partial z}{\partial y} \right) = 0,$   $z = \sqrt{\frac{x}{y}};$
- 4.8.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \arctg \frac{x}{y};$
- 4.9.  $\frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \frac{\sin(x-y)}{x};$
- 4.10.  $\frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = e^{\frac{y}{x}};$
- 4.11.  $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2},$   $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5};$
- 4.12.  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0,$   $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy);$
- 4.13.  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1);$
- 4.14.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0,$   $z = e^{xy};$
- 4.15.  $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0,$   $z = \ln(x - e^{-y});$
- 4.16.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0,$   $z = \frac{x}{y};$
- 4.17.  $y \frac{\partial z}{\partial x \partial y} = (1 + y \ln x) \frac{\partial z}{\partial x},$   $z = x^y;$
- 4.18.  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0,$   $z = x e^{\frac{y}{x}};$
- 4.19.  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2},$   $z = \sin(x + ay);$

$$4.20. \quad (x-y) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y}, \quad z = \cos y + (y-x) \sin y.$$

Задание № 12. Вычислить наибольшее и наименьшее значения функции  $z = f(x, y)$  в заданной области  $D$ , которая определена системой неравенств. Построить область  $D$ .

- 5.1.  $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$ ,  $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$ ;  
 5.2.  $z = x^2 + 2y^2 + 1$ ,  $x \geq 0, y \geq 0, x + y < 3$ ;  
 5.3.  $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$ ,  $x \leq 1, y \geq 0, y \leq x$ ;  
 5.4.  $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ ,  $x \geq 1, y \geq -1, x + y < 1$ ;  
 5.5.  $z = x^2 + 2xy + 2y^2$ ,  $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ ;  
 5.6.  $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$ ,  $x \geq -1, y \geq -1, x + y \leq 1$ ;  
 5.7.  $z = 10 + 2xy - x^2$ ,  $0 \leq y \leq 4 - x$ ;  
 5.8.  $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$ ,  $x \leq 0, y \leq 0, x + y + 2 \geq 0$ ;  
 5.9.  $z = x^2 + xy - 2$ ,  $4x^2 - 4 \leq y \leq 0$ ;  
 5.10.  $z = x^2 + xy$ ,  $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3$ ;  
 5.11.  $z = x^2 - xy + y^2 - 4x$ ,  $x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y - 12 \leq 0$ ;  
 5.12.  $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ ,  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x + y \geq 1$ ;  
 5.13.  $z = x^2 + y^2 - 3xy$ ,  $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3$ ;  
 5.14.  $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1$ ,  $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3$ ;  
 5.15.  $z = xy - 2x - y$ ,  $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 4$ ;  
 5.16.  $z = \frac{1}{2}x^2 - xy$ ,  $0 \leq y \leq 3, y \geq \frac{1}{3}x^2$ ;  
 5.17.  $z = 2x + y - xy$ ,  $0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 4$ ;  
 5.18.  $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y$ ,  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ ;  
 5.19.  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ ,  $x \leq 0, y \leq 0, x + y > -3$ ;  
 5.20.  $z = x^2 + 8y^2 - 6xy + 1$ ,  $0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1$ ;

Задание № 13.

№ п/п	Номера задач							
1	1.1	4.1	5.1	6.1	7.1	8.1	9.1	10.1
2	1.2	4.2	5.2	6.2	7.2	8.2	9.2	10.2
3	1.3	4.3	5.3	6.3	7.3	8.3	9.3	10.3
4	1.4	4.4	5.4	6.4	7.4	8.4	9.4	10.4
5	1.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5
6	1.6	4.6	5.1	6.6	7.6	8.6	9.6	10.6
7	1.7	4.7	5.2	6.7	7.7	8.7	9.7	10.7
8	1.8	4.8	5.3	6.8	7.8	8.8	9.8	10.8

9	1.9	4.9	5.4	6.9	7.9	8.9	9.9	10.9
10	1.10	4.10	5.5	6.10	7.10	8.10	9.10	10.10
11	2.1	4.11	5.1	6.1	7.11	8.11	9.11	10.11
12	2.2	4.12	5.2	6.2	7.1	8.12	9.12	10.12
13	2.3	4.13	5.3	6.3	7.2	8.13	9.13	10.13
14	2.4	4.14	5.4	6.4	7.3	8.14	9.14	10.14
15	2.5	4.15	5.5	6.5	7.4	8.15	9.15	10.15
16	2.6	4.16	5.1	6.6	7.5	8.16	9.16	10.16
17	3.1	4.17	5.2	6.7	7.6	8.17	9.17	10.17
18	3.2	4.18	5.3	6.8	7.7	8.18	9.18	10.18
19	3.3	4.19	5.4	6.9	7.8	8.19	9.19	10.19
20	3.4	4.20	5.5	6.10	7.9	8.20	9.20	10.20

Задание № 1. Вычислить повторный интеграл:

$$1.1. \int_0^2 dy \int_0^1 (x^2 + 2y) dx.$$

$$1.2. \int_3^4 dx \int_1^2 \frac{dy}{(x+y)^2}.$$

$$1.3. \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{x^2 dy}{1+y^2}.$$

$$1.4. \int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{x^2 dy}{y^2}.$$

$$1.5. \int_{-3}^3 dy \int_{y^2-4}^5 (x+2y) dx.$$

$$1.6. \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{a \sin \varphi}^a r dr.$$

$$1.7. \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2} dy.$$

$$1.8. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{3 \cos \varphi} r^2 \sin^2 \varphi dr.$$

$$1.9. \int_0^1 dx \int_0^2 y dy \int_0^3 z^2 dz.$$

$$1.10. \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{xy} x^3 y^2 z dz.$$

Задание № 2. Найти уравнения линий, ограничивающих область интегрирования. Сделать рисунок области интегрирования:

$$2.1. \int_{-6}^2 dy \int_{\frac{y^2}{4}-1}^{2-y} f(x; y) dx.$$

$$2.2. \int_1^3 dx \int_{x^2}^{x+9} f(x; y) dy.$$

$$2.3. \int_0^4 dy \int_y^{10-y} f(x; y) dx.$$

$$2.4. \int_1^3 dx \int_{\frac{x}{3}}^{2x} f(x; y) dy.$$

$$2.5. \int_0^3 dx \int_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x; y) dy.$$

$$2.6. \int_{-1}^2 dx \int_{x^2}^{x+2} f(x; y) dy.$$

Задание № 3. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле:

$$3.1. \int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x; y) dy.$$

$$3.2. \int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x; y) dy.$$

$$3.3. \int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} f(x; y) dy.$$

$$3.4. \int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x; y) dy.$$

$$3.5. \int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x; y) dy.$$

$$3.6. \int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x; y) dy.$$

$$3.7. \int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x; y) dy.$$

$$3.8. \int_0^{2\pi} dx \int_0^{\sin x} f(x; y) dy.$$

Задание № 4. Вычислить двойной интеграл:

$$4.1. \iint_D (x+y) dx dy; \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 1 \leq y \leq 2.$$

$$4.2. \iint_D xy(x-y) dx dy; \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

$$4.3. \iint_D \frac{dx dy}{(x-y)^2}; \quad 1 \leq x \leq 2, \quad 3 \leq y \leq 4.$$

$$4.4. \iint_D y \cos^2 x dx dy; \quad 0 \leq x \leq 2\pi, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

$$4.5. \iint_D \ln(x+y) dx dy; \quad 1 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq 1.$$

$$4.6. \iint_D x dx dy; \quad x=0, \quad y=x^3, \quad x+y=2.$$

$$4.7. \iint_D \sin(x+y) dx dy; \quad x=y, \quad y=0, \quad x+y=\frac{\pi}{2}.$$

$$4.8. \iint_D x^2 y dx dy; \quad y=0, \quad y=1-x^2.$$

$$4.9. \iint_D x^3 y dx dy; \quad y=x, \quad y^2=x.$$

$$4.10. \iint_D (1-y^2-x^2) dx dy; \quad x=1, \quad y=x, \quad y=2x.$$

$$4.11. \iint_D (x+y) dx dy; \quad y=1, \quad x=0, \quad y=\sqrt{x}.$$

$$4.12. \iint_D (x+2y) dx dy; \quad x=2, \quad y=3, \quad y=x, \quad y=2x.$$

$$4.13. \iint_D y \ln x dx dy; \quad xy=1, \quad x=2, \quad y=\sqrt{x}.$$

$$4.14. \iint_D (x^3+y^3) dx dy; \quad x=4, \quad x=2y, \quad x=y.$$

$$4.15. \iint_D (1+2x+2y) dx dy; \quad y=x, \quad y=0, \quad x+y=1.$$

$$4.16. \iint_D xy dx dy; \quad x+y=2, \quad y=x^3, \quad y=0.$$

$$4.17. \iint_D (4-y) dx dy; \quad y=1, \quad 4y=x^2, \quad x \geq 0.$$

$$4.18. \iint_D x^3 y^2 dx dy; \quad x^2+y^2=4.$$

$$4.19. \iint_D (x^2+y) dx dy; \quad y=x^2, \quad y^2=x.$$

$$4.20. \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy; \quad x=2, \quad y=x, \quad xy=1.$$

Задание № 5. С помощью перехода к полярным координатам вычислить двойной интеграл:

$$5.1. \int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} \ln(x^2+y^2+1) dy.$$

$$5.2. \iint_D \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}} dx dy; \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, y \geq 0, x \geq 0\}.$$

$$5.3. \iint_D (2-2x-3y) dx dy; \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2+y^2 \leq 4\}.$$

$$5.4. \iint_D \sqrt{9-x^2-y^2} dx dy; \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid x^2+y^2 \leq 3\}.$$

$$5.5. \iint_D \arctg \frac{y}{x} dx dy; \quad D = \{(x; y) \in R^2 \mid 1 \leq x^2+y^2 \leq 9, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x\sqrt{3}\}.$$

Задание № 6. С помощью двойных интегралов вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$6.1. y=x^2; \quad y=x+2.$$

$$6.2. x=y^2-2y; \quad x+y=0.$$

$$6.3. y=\sin x; \quad y=\cos x; \quad x=0.$$

$$6.4. x=0; \quad y=0; \quad x+y=1.$$

$$6.5. x=y; \quad y=5x; \quad x=1.$$

$$6.6. 9x^2+4y^2=36.$$

$$6.7. y=\sqrt{x}; \quad y=2\sqrt{x}; \quad x=4.$$

$$6.8. (x^2+y^2)^2=2x^3.$$

$$6.9. x^3+y^3=2xy; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

$$6.10. (x+y)^5=x^2y^2; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

Задание № 7. С помощью двойных интегралов вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:

- 7.1.  $z = 5 - x; y^2 = 5x; z = 0$ .
- 7.2.  $z = x^2 + y^2; y = x^2; y = 1; z = 0$ .
- 7.3.  $x = y = z = 0; x = 4; y = 4; z = x^2 + y^2 + 1$ .
- 7.4.  $x = y = z = 0; x = 1; y = 2; z = x^2 + y^2$ .
- 7.5.  $x = y = z = 0; 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ .
- 7.6.  $y = z = 0; 3x + y = 6; 3x + 2y = 12; x + y + z = 6$ .
- 7.7.  $z = x^2 + y^2; x = y = z = 0; x + y = 1$ .
- 7.8.  $z = x^2 + y^2; z = 0; y = 1; y = 2x; x + y = 6$ .
- 7.9.  $y = \sqrt{x}; y = 2\sqrt{x}; z = 0; x + z = 6$ .
- 7.10.  $x = y = z = 0; 2x + 3y - 12 = 0; 2z = y^2$ .
- 7.11.  $z = 9 - y^2; 3x + 4y = 12; x = y = z = 0; y \geq 0$ .

Задание № 8. Вычислить тройной интеграл по области  $G$ .

- 8.1.  $\iiint_G 2y^2 e^{xy} dx dy dz;$   
 $G = \{(x, y, z): x = 0, y = 1, y = x, z = 0, z = 1\}$
- 8.2.  $\iiint_G x^2 z \sin(xyz) dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 2, x = 0, y = \pi, y = 0, z = 0, z = 1\}$
- 8.3.  $\iiint_G y^2 \operatorname{ch}(2xy) dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 0, y = -2, y = 4x, z = 0, z = 2\}$
- 8.4.  $\iiint_G 8y^2 z e^{2xyz} dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = -1, x = 0, y = 0, y = 2, z = 0, z = 1\}$
- 8.5.  $\iiint_G x^2 \operatorname{sh}(3xy) dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 1, y = 2x, y = 0, z = 0, z = 36\}$
- 8.6.  $\iiint_G y^2 z \cos(xyz) dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 0, x = 1, y = 0, y = \pi, z = 0, z = 2\}$
- 8.7.  $\iiint_G y^2 \cos\left(\frac{\pi}{4} xy\right) dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 0, y = -1, y = \frac{x}{2}, z = 0, z = -\pi^2\}$
- 8.8.  $\iiint_G x^2 z \sin \frac{xyz}{4} dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 0, x = 1, y = 0, y = 2\pi, z = 0, z = 4\}$
- 8.9.  $\iiint_G y^2 e^{-xy} dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 0, y = -2, y = 4x, z = 0, z = 1\}$
- 8.10.  $\iiint_G 2y^2 z e^{xyz} dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1\}$
- 8.11.  $\iiint_G y^2 \operatorname{ch}(2xy) dx dy dz; G = \{(x, y, z): x = 0, y = 1, y = x, z = 0, z = 8\}$
- 8.12.  $\iiint_G x^2 z \operatorname{sh}(xyz) dx dy dz;$   
 $G = \{(x, y, z): x = 0, x = 2, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1\};$

- 8.13.  $\iiint_G y^2 e^{xy/2} dx dy dz;$   $G: \begin{cases} x=0, y=2, y=2x, \\ z=0, z=-1. \end{cases}$
- 8.14.  $\iiint_G y^2 z \cos \frac{xyz}{3} dx dy dz;$   $G: \begin{cases} x=3, y=1, z=2\pi, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$
- 8.15.  $\iiint_G y^2 \cos \left( \frac{\pi xy}{2} \right) dx dy dz;$   $G: \begin{cases} x=0, y=-1, y=x, \\ z=0, z=2\pi^2. \end{cases}$
- 8.16.  $\iiint_G 2x^2 z \operatorname{sh}(xyz) dx dy dz;$   $G: \begin{cases} x=1, y=-1, z=1, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$
- 8.17.  $\iiint_G y^2 \cos(\pi xy) dx dy dz;$   $G: \begin{cases} x=0, y=1, y=2x, \\ z=0, z=\pi^2. \end{cases}$
- 8.18.  $\iiint_G 2x^2 z \operatorname{sh}(2xyz) dx dy dz;$   $G: \begin{cases} x=2, y=\frac{1}{2}, z=\frac{1}{2}, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$
- 8.19.  $\iiint_G x^2 \operatorname{sh}(2xy) dx dy dz;$   $G: \begin{cases} x=-1, y=x, y=0, \\ z=0, z=8. \end{cases}$
- 8.20.  $\iiint_G x^2 z \sin \frac{xyz}{2} dx dy dz;$   $G: \begin{cases} x=1, y=4, z=\pi, \\ x=0, y=0, z=0. \end{cases}$

Задание № 9. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

- 6.1. а)  $x dx + dy = 0, y(0) = 0;$  б)  $y' + \frac{2y}{x} = 2x^2 \cdot y^{\frac{3}{4}}.$
- 6.2. а)  $(x + y)y' = y, y(1) = 1;$  б)  $y' + 2xy = xe^{-x^2}.$
- 6.3. а)  $\cos x dx + 2y dy = 0, y(0) = 0;$  б)  $(x - 1)y' - y = y^2.$
- 6.4. а)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}, y\left(\frac{1}{2}\right) = 1;$  б)  $x^2 y' + xy = 1.$
- 6.5. а)  $(1 + y^2)dx - (1 + x^2)dy = 0, y(0) = 0$  б)  $xy' + y = xy^2 \ln x.$
- 6.6. а)  $y' = \frac{2(x + y)}{x}, y(1) = 1;$  б)  $y' \sqrt{1 - x^2} + y = \arcsin x.$
- 6.7. а)  $xy' = 1 + y^2, y(1) = 0;$  б)  $y' + xy = xy^3.$

- 6.8. а)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = 1$ ; б)  $y' \sin x - y \cos x = 1$ .
- 6.9. а)  $y' = 2x + 2xy$ ,  $y(1) = 0$ ; б)  $(1 - x^2)y' - xy = xy^2$ .
- 6.10. а)  $y' = \frac{y}{x} + \sin \frac{2y}{x}$ ,  $y(1) = \frac{\pi}{4}$ ; б)  $(1 + x)y' - y = \operatorname{arctg} x$ .
- 6.11. а)  $y' = \frac{y}{\sqrt{x^2 + 1}}$ ,  $y(0) = 1$ ; б)  $3y^2 y' + y^3 = x + 1$ .
- 6.12. а)  $y' = \frac{2xy + y^2}{x^2}$ ,  $y(1) = 1$ ; б)  $y' + y \operatorname{tg} x = \sin 2x$ .
- 6.13. а)  $(1 + x^2)y' = 2xy$ ,  $y(0) = 2$ ;  
б)  $(x^2 + 2xy - y^2)dx + (x^2 - 2xy - y^2)dy = 0$ .
- 6.14. а)  $y' = \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}$ ,  $y(1) = \frac{\pi}{4}$ ; б)  $y' \cos x + y = 1 + \sin x$ .
- 6.15. а)  $y' \operatorname{tg} x = y$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ; б)  $xy' - 4y = x^2 \sqrt{y}$ .
- 6.16. а)  $y' = \frac{y + \sqrt{y^2 + x^2}}{x}$ ,  $y(1) = 0$ ; б)  $y' + 3 \operatorname{tg}(3x)y = \sin 6x$ .
- 6.17. а)  $y' + xy = xy^2$ ,  $y(0) = 2$ ; б)  $xy' + y = y^2 \ln x$ .
- 6.18. а)  $xy' = 2y - x$ ,  $y(1) = 2$ ; б)  $(2x + 1)y' + y = x$ .
- 6.19. а)  $\sqrt{1 - y^2} dx = \sqrt{1 - x^2} dy$ ,  $y(0) = 0$ ; б)  $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$ .
- 6.20. а)  $(x^2 + y^2)dx = 2xydy$ ,  $y(4) = 0$ ; б)  $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ .

Задание № 10. Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

- 7.1. а)  $x^3 y'' + x^2 y' = 1$ ;  
б)  $y'' - 4y' + 5y = xe^{2x}$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .

- 7.2. a)  $y'' + \operatorname{tg} x \cdot y' = \sin 2x$ ;  
       б)  $y'' - 5y' + 6y = 12 \cos 2x - 8 \sin 2x$ ,  $y(0) = y'(0) = 0$ .
- 7.3. a)  $y'' - \operatorname{ctg} x \cdot y' = \sin^3 x$ ;  
       б)  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = 8$ .
- 7.4. a)  $2xy'' \cdot y' = (y')^2 + 1$ ;  
       б)  $y'' + y = \cos 2x$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ .
- 7.5. a)  $y'' x \ln x = y'$ ;  
       б)  $y'' - y' = 5x^2$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ ;
- 7.6. a)  $2yy'' = (y')^2$ ;  
       б)  $y'' - 5y' + 6y = (12x - 1)e^{-x}$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 7.7. a)  $2xy'' = y'$ ;  
       б)  $y'' + 6y' + 9y = 10 \sin x$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 7.8. a)  $(1 + y^2)y'' - 3yy'^2 = 0$ ;  
       б)  $y'' + 4y = e^{-2x}$ ;  $y(0) = y'(0) = 0$ ;
- 7.9. a)  $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0$ ;  
       б)  $y'' - 4y' + 5y = 2x^2 e^x$ ;  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = 3$ .
- 7.10. a)  $2yy'' + (y')^2 = 0$ ;  
       б)  $y'' + 6y' + 13y = 26x$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .
- 7.11. a)  $(1 + y)y'' = 5(y')^2$ ;  
       б)  $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$ ;  $y(0) = \frac{4}{3}$ ;  $y'(0) = \frac{1}{27}$ .

$$7.12. \text{ a) } xy'' = y' \ln \frac{y'}{x};$$

$$\text{б) } y'' - 3y' = x + \cos x; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = -\frac{1}{3}.$$

$$7.13. \text{ a) } xy'' - y' = x^2 e^x;$$

$$\text{б) } y'' - 6y' + 9y = e^{3x}; \quad y(0) = 1; \quad y'(0) = 0.$$

$$7.14. \text{ a) } y^2 + (y')^2 = 2yy'';$$

$$\text{б) } y'' - y = 3xe^{2x}; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = -5;$$

$$7.15. \text{ a) } y'' + 2x(y')^2 = 0;$$

$$\text{б) } y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 2;$$

$$7.16. \text{ a) } x \cdot y'' + y' - x^2 - 1 = 0;$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 4y = 2(\sin 2x + x); \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = -2;$$

$$7.17. \text{ a) } y'' \operatorname{tg} x = y' + 1;$$

$$\text{б) } y'' + 4y = 8 \sin 2x; \quad y(0) = y'(0) = 0;$$

$$7.18. \text{ a) } y''(3y + 4) = 3(y')^2;$$

$$\text{б) } y'' - 4y' + 4y = e^{3x}; \quad y(0) = 2; \quad y'(0) = 0;$$

$$7.19. \text{ a) } x^2 y'' + xy' = 1;$$

$$\text{б) } y'' + 9y = 6e^{3x}; \quad y(0) = y'(0) = 0;$$

$$7.20. \text{ a) } y'' + \frac{2}{1-y}(y')^2 = 0;$$

$$\text{б) } y'' - 3y' + 2y = e^{3x}(3 - 4x); \quad y(0) = y'(0) = 0;$$

## **2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)**

### **Вопросы для проведения экзамена**

#### Семестр 1

##### **Вопросы к экзамену**

1. Множество действительных чисел. Модуль действительного числа и его свойства.
2. Ограниченные и неограниченные множества на числовой прямой. Признак ограниченности множества.
3. Понятие функции и способы ее задания. Действия над функциями.
4. Монотонные функции на числовом промежутке. Четные и нечетные функции. Периодические функции.
5. График функции. Элементарные преобразования графиков.
6. Окрестность точки на числовой прямой. Предельные точки множества. Понятие предела функции в точке и его геометрический смысл.
7. Теорема о первом замечательном пределе.
8. Теоремы о пределах (теорема о единственности предела; теорема о предельном переходе в неравенствах).
9. Теоремы о пределах (теорема о пределе промежуточной функции; теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел).
10. Пределы суммы, разности, произведения и частного двух функций.
11. Предел функции при аргументе, стремящемся к  $\infty$ . Предел числовой последовательности.
12. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых функций.
13. Бесконечно большие функции и бесконечные пределы. Теорема о связи понятия бесконечно большой функции с понятием бесконечно малой функции.
14. Вычисление предела суммы, разности, произведения и частного двух функций в особых случаях.
15. Эквивалентные бесконечно малые функции и вычисление с их помощью пределов.
16. Односторонние пределы функций. Теорема о связи понятий односторонних пределов с понятием обычного предела.
17. Аксиома непрерывности множества действительных чисел. Точные границы числовых множеств. Теоремы о существовании точной верхней и точной нижней границ и их свойствах.
18. Теоремы о пределе монотонной числовой последовательности. Теорема Вейерштрасса.
19. Число  $e$ . Теорема о втором замечательном пределе.
20. Теоремы о третьем, четвертом и пятом замечательных пределах и следствия из них.
21. Понятие непрерывной функции. Непрерывность суммы, разности, произведения и частного двух непрерывных функций.

22. Односторонняя непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
23. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной на отрезке функции.
24. Понятия производной и дифференцируемости функции. Теорема о связи дифференцируемости с непрерывностью функции.
25. Касательная к графику функции. Геометрический смысл дифференцируемости функции.
26. Производная суммы, разности, произведения и частного двух функций. Теорема о производной композиции двух функций.
27. Производные элементарных функций. Гиперболические функции и их производные.
28. Параметрический способ задания функции. Теорема о производной параметрически заданной функции.
29. Понятие дифференциала функции. Геометрический и механический смысл дифференциала функции.
30. Дифференциал суммы, разности, произведения и частного двух функций. Дифференциал композиции двух функций. Дифференциалы высших порядков.
31. Возрастание и убывание функции в точке.
32. Свойства дифференцируемых функций (теорема Ферма; теорема Ролля).
33. Свойства дифференцируемых функций (теорема Лагранжа; теорема Коши).
34. Признак монотонности функции на промежутке. Точки экстремума. Теорема о необходимом условии существования экстремума функции одной переменной.
35. Теоремы о первом и втором достаточных условиях существования экстремума функции одной переменной.
36. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба графика функции.
37. Невертикальные асимптоты графика функции.
38. Раскрытие неопределенностей типа  $\left[ \frac{0}{0} \right]$  и  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$  с помощью правил Лопиталья.
39. Понятие первообразной. Теорема о первообразной.
40. Понятие неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
41. Таблица основных интегралов.
42. Теорема об интегрировании по частям.
43. Теорема о замене переменной в неопределенном интеграле.
44. Понятия рациональной функции, простейших рациональных функций. Интегрирование простейших дробей первого и второго типа.
45. Интегрирование простейших дробей третьего типа.
46. Интегрирование простейших дробей четвертого типа.
47. Интегрирование правильной рациональной функции.
48. Интегрирование неправильной рациональной функции.
49. Интегрирование тригонометрических выражений.
50. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.

51. Разбиение отрезка. Ранг разбиения. Интегральная сумма. Понятие определенного интеграла. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
52. Необходимое условие интегрируемости функции. Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости функции. Достаточные условия интегрируемости функции.
53. Свойства определенного интеграла.
54. Теорема о формуле Ньютона – Лейбница.
55. Теорема об интегрировании по частям в определенном интеграле.
56. Замена переменной интегрирования и подстановки в определенном интеграле.
57. Теорема о площади криволинейной трапеции и следствия из нее. Теорема о площади криволинейного сектора.
58. Спрямолинейность и длина плоской кривой. Теорема Жордана.
59. Вычисление длины гладкой кривой (определение гладкой кривой, теорема о длине гладкой кривой).
60. Вычисление длины гладкой кривой, заданной в декартовых координатах, и кривой, заданной в полярных координатах.
61. Несобственные интегралы. Теорема о несобственном интеграле.
62. Понятие остатка несобственного интеграла. Теорема об остатке несобственного интеграла.

## Семестр 2

### **Вопросы к экзамену**

1. Понятие числового ряда. Сходящийся числовой ряд и его сумма. Теорема о геометрическом ряде.
2. Теорема о сложении сходящихся числовых рядов. Теорема об умножении сходящегося числового ряда на число.
3. Определение остатка числового ряда. Теоремы об остатке сходящегося числового ряда.
4. Необходимое условие сходимости числового ряда. Гармонический ряд.
5. Положительные числовые ряды. Сравнение положительных рядов.
6. Признаки Коши и Даламбера сходимости положительных рядов.
7. Интегральный признак сходимости положительных рядов и его применение. Теорема об обобщенных гармонических рядах.
8. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница о знакопередающихся рядах.
9. Абсолютная и условная сходимость рядов. Положительная и отрицательная части числового ряда. Признаки Даламбера и Коши абсолютной сходимости числового ряда.
10. Функциональная последовательность. Область сходимости и предельная функция.
11. Функциональные ряды. Область сходимости и сумма функционального ряда.

12. Равномерная сходимость функциональной последовательности и функционального ряда. Теорема Вейерштрасса о равномерной и абсолютной сходимости функционального ряда.
13. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
14. Понятие степенного ряда. Теорема об интервале и радиусе сходимости степенного ряда.
15. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
16. Свойства степенных рядов.
17. Разложение функции в степенной ряд. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд.
18. Формула Тейлора. Теорема об условии сходимости ряда Тейлора.
19. Теорема о разложении функции  $f(x) = e^x$  в степенной ряд.
20. Теорема о разложении функции  $f(x) = \sin x$  в степенной ряд.
21. Теорема о разложении функции  $f(x) = \cos x$  в степенной ряд.
22. Теорема о разложении функции  $f(x) = \ln(1+x)$  в степенной ряд.
23. Теорема о разложении функции  $f(x) = \arctg x$  в степенной ряд.
24. Теорема о разложении функции  $f(x) = (1+x)^m$  в биномиальный ряд.
25. Частные производные функции нескольких переменных. Понятие дифференцируемости функции
26. Производная и дифференциал сложной функции нескольких переменных.
27. Неявные функции и их дифференцирование.
28. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
29. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции нескольких переменных.
30. Экстремумы функции двух переменных. Теоремы о необходимом и достаточном условиях существования экстремума функции двух переменных.
31. Понятие производной по направлению функции нескольких переменных. Теорема о производной по направлению функции нескольких переменных. Понятие градиента функции нескольких переменных.
32. Понятие двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.
33. Свойства двойного интеграла и следствия из них.
34. Понятие повторного интеграла. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
35. Понятие тройного интеграла и его вычисление.
36. Теорема о преобразовании двойного интеграла к полярным координатам.
37. Применение кратных интегралов для вычисления площадей плоских фигур.
38. Применение кратных интегралов для вычисления объемов тел.
39. Вычисление массы и координат центра тяжести плоской фигуры и тела.
40. Вычисление площади поверхности.
41. Вычисление моментов инерции плоской фигуры и тела.
42. Понятие криволинейного интеграла первого рода и его свойства.
43. Понятие криволинейного интеграла второго рода и его свойства.

44. Теорема о существовании криволинейного интеграла и формуле для его вычисления.
45. Вычисление работы переменной силы с помощью криволинейного интеграла.
46. Теорема о формуле Римана-Грина и следствие из нее.
47. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
48. Определение поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностных интегралов первого рода.
49. Определение поверхностного интеграла второго рода. Вычисление поверхностных интегралов второго рода.
50. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения 1-го порядка и его решения. Задача Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.
51. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными (определение и схема решения).
52. Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка (определение и схема решения).
53. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка (определение и схема решения).
54. Дифференциальные уравнения 1-го порядка, разрешенные относительно неизвестной функции (определение и схема решения).
55. Дифференциальные уравнения 1-го порядка в полных дифференциалах (определение и теорема об общем интеграле).
56. Понятие дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Основные методы понижения порядков дифференциальных уравнений.
57. ФСР и ОР ОЛДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
58. НЛДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами и его общее решение. ЧР НЛДУ 2-го порядка.

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству  
промежуточный контроль (письменный экзамен)**

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
отлично (45-50)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (38-44)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях,

	трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (25-37)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (0-24)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач.